

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский государственный университет  
геодезии и картографии» (МИИГАиК)

Учебно-методическое пособие по дисциплине  
Системы координат и высот в геодезии  
методические указания по выполнению лабораторных работ  
«Преобразование координат»

для студентов очной, заочной и дистанционной форм обучения

по направлению подготовки: 21.03.03 Геодезия и дистанционное  
зондирование

Составитель: Половнев О.В. – заведующий кафедрой высшей геодезии, к.т.н

*Рекомендовано к использованию в учебном процессе МИИГАиК  
решением Методического совета университета  
(протокол № от « » 2020г.)*

Рецензенты: Литвиненко М.В., декан факультета дистанционных форм обучения  
МИИГАиК, д.п.н.

Москва 2020 г.

## Оглавление

Введение .....	3
Задание № 1 Преобразование плоских систем координат .....	5
Задание № 2 Перевычисление и трансформирование пространственных систем координат. ....	9
Задание № 3 Преобразование топоцентрических систем координат .....	21
Задание № 4 Вычисление плоских прямоугольных координат в равноугольной проекции Гаусса-Крюгера и определение параметров трансформирования в топоцентрическую систему координат методом наименьших квадратов .....	25
Задание № 5 Технология создания местной системы координат и местной системы высот .....	33
Приложение – вариант выполнения работы .....	34
Задание 2.1 .....	34
Задание № 2.2 .....	34
Задание № 2.3 .....	35
Задание № 2.4 .....	36
Задание № 3 .....	37
Задание № 4 .....	40
Литература .....	45

## Введение

По учебным планам для студентов очной формы обучения предусмотрено выполнение лабораторных работ по курсу «Системы координаты и высот в геодезии».

По результатам выполнения лабораторных работ студент должен:

знать: геодезические системы координат и высот необходимые для построения геодезических сетей;

уметь: определять тип координат для видов геодезических построений;

применять вычислительные средства для преобразования координат;

комбинировать методики координатных преобразований;

выполнять преобразования координат пунктов и объектов.

Условия допуска работы к защите:

<i>Результат проверки</i>	<i>Действия студента</i>
Работа допущена к защите <b>без исправлений</b>	
Работа допущена к защите <b>с исправлениями</b>	Сделав исправления в работе, где это указано преподавателем, студент не присылает повторно работу на проверку, а приносит исправленную работу на очные занятия в распечатанном виде для защиты
Работа <b>не допущена</b> к защите	Сделав исправления в работе, где это указано преподавателем, студент присылает работу на проверку <b>повторно</b> , до тех пор, пока работа не будет допущена к защите без исправлений или с незначительными исправлениями.

Исходные данные:

- параметры эллипсоидов - таблица 2;
- координаты опорной точки - таблица 3;
- параметры элементов трансформирования - таблица 1, таблица 4.

Решаемый вариант последним двум цифрам в шифре студента или формируется из номера группы и номера по списку по журналу..

Студенты заочного отделения оформляют контрольные задания и отсылают их на проверку в деканат в отпечатанном виде, шрифт TimesNewRoman, 14, интервал 1,0; на формате А4. Работа должна быть оформлена в соответствии с приведенным примером, содержать необходимые для иллюстрирования расчетной части таблицы и графики, на зачет представляют работы, выполненные в Microsoft Excel или Электронной таблице OpenOffice.

Студенты дистанционной формы обучения представляют работы, выполненные в Microsoft Excel или Электронной таблице OpenOffice.

Студенты очной формы обучения на зачет представляют работы, выполненные в Microsoft Excel или Электронной таблице OpenOffice.

Все величины в ходе решения имеют следующую форму представления и разрядность:

- градусные в долях градуса до восьмой значащей цифры после запятой;

- радианы – до десятой значащей цифры после запятой;

- координаты выражены в метрах до четвертой значащей цифры после запятой.

- все безразмерные или вспомогательные значения до шестой значащей цифры после запятой.

- принудительное округление не производить, если только это не предусмотрено алгоритмом.

## Задание № 1 Преобразование плоских систем координат

Плоские прямоугольные координаты  $x_Q, y_Q$  связаны с пространственными полярными координатами  $S_{OQ}, \beta_{xOQ}$  определяемой точки  $Q$  следующими зависимостями (рис. 1, рис. 2):

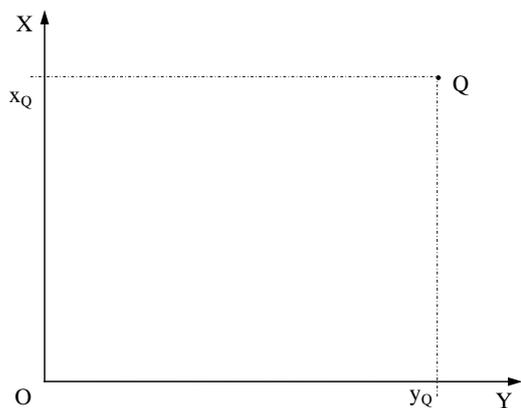


Рис. 1 Плоская прямоугольная система координат

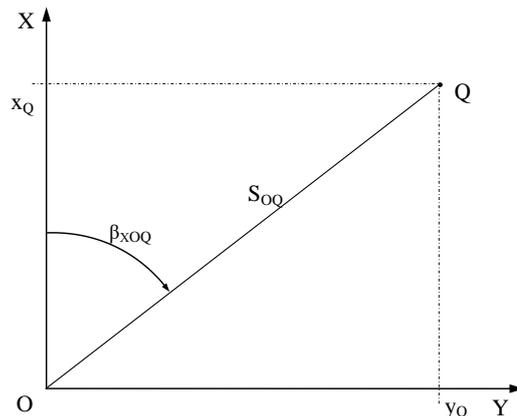


Рис. 2 Полярная система координат

Преобразование вида координат – «перевычисление», плоских прямоугольных координат в полярные координаты и обратно выполняется следующим образом:

$$\begin{aligned} x_Q &= S_{OQ} \cos \beta_{xOQ} \\ y_Q &= S_{OQ} \sin \beta_{xOQ} \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + S_{OQ} \begin{bmatrix} \cos \beta_{xOQ} \\ \sin \beta_{xOQ} \end{bmatrix} \quad (1)$$

здесь  $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_{xOQ} &= \frac{y_Q}{x_Q}; \beta_{xOQ} = \operatorname{arctg} \frac{y_Q}{x_Q}; S_{OQ} = \sqrt{x_Q^2 + y_Q^2} \\ \text{или} \quad \begin{bmatrix} S_{OQ} \\ \beta_{OQ} \end{bmatrix}_Q &= \begin{bmatrix} \sqrt{(x_Q - x_0)^2 + (y_Q - y_0)^2} \\ \operatorname{arctg} \left( \frac{y_Q - y_0}{x_Q - x_0} \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $x_Q, y_Q$  - плоские прямоугольные координаты заданной точки;

$S_{OQ}, \beta_{xOQ}$  - полярные координаты заданной точки;

$x_0, y_0$  - плоские прямоугольные координаты начала системы координат.

Трансформирование плоских координат из одной системы отсчета в другую представлено на рис. 3.

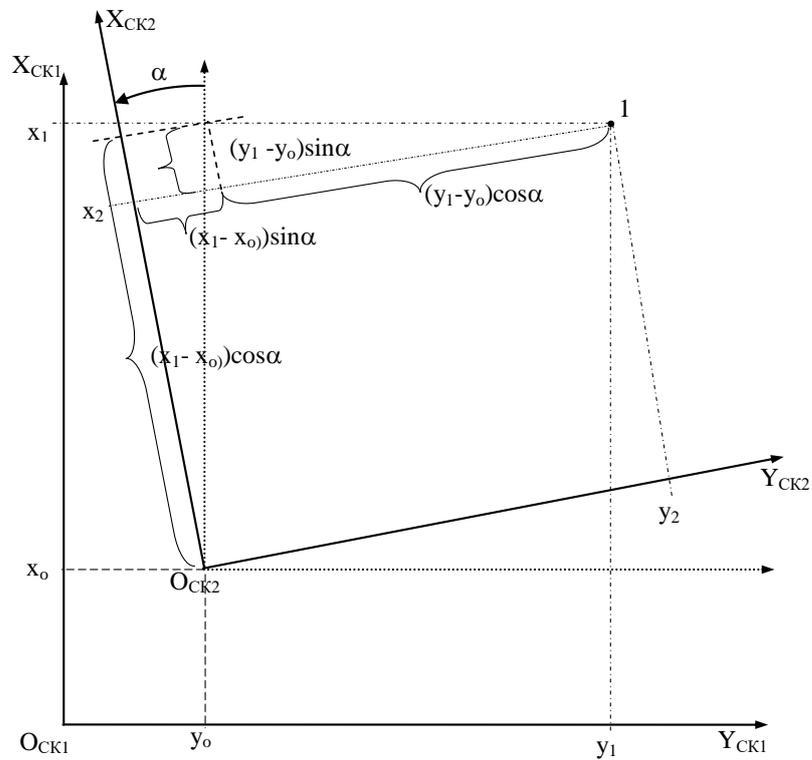


Рис. 3 Схема трансформирования координат пункта из системы координат  $CK1$  в систему координат  $CK2$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{CK2} = (1 + \delta m) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix}_{CK1}, \quad (3)$$

ГДЕ:  $x_0, y_0$  - координаты начала второй системы отсчета координат, в первой системе координат;

$\alpha$  - угол разворота системы координат  $CK2$  относительно  $CK1$ ;

$\delta m$  - элемент масштаба, отличающий его от единицы;



Таблица 1

Параметры трансформирования плоских систем координат из СК1 в СК2

№	x <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>	α	dm		№	x <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>	α	dm
п/п	м	м	°	*10 <sup>6</sup>		п/п	м	м	°	*10 <sup>6</sup>
1	17,39	-122,23	-0,42	0,67		51	98,40	-57,95	-1,57	0,28
2	-0,54	-94,32	-1,46	0,53		52	28,48	148,09	2,45	0,73
3	59,56	27,40	0,31	2,90		53	73,64	-52,11	-1,35	0,23
4	4,41	111,10	-1,75	0,80		54	-5,54	-124,49	-0,02	2,35
5	-53,90	-118,98	2,14	2,92		55	94,89	59,82	-0,04	1,05
6	20,05	-104,12	-2,38	1,99		56	28,21	-107,61	-2,25	1,94
7	-71,46	119,82	-1,33	1,64		57	-67,63	74,28	-2,41	1,26
8	1,60	-12,04	2,35	1,92		58	-54,95	-89,90	0,92	0,46
9	-3,01	53,29	-0,81	0,68		59	-49,45	-75,18	1,77	0,01
10	54,89	81,20	-1,96	1,09		60	-17,95	-95,15	-1,83	0,48
11	47,03	-101,73	-1,91	2,87		61	-56,25	139,12	-0,38	1,83
12	-47,11	-33,53	-1,22	2,57		62	-68,32	-120,27	2,50	1,76
13	63,62	-114,12	1,16	0,52		63	-17,67	66,14	1,23	1,68
14	85,79	-111,30	-0,86	0,39		64	59,06	139,03	0,53	2,19
15	68,29	-147,40	1,75	0,72		65	-92,61	73,67	-1,79	0,81
16	-99,46	45,68	-0,84	0,41		66	66,22	-99,94	2,05	2,18
17	-0,24	-18,74	-0,01	2,58		67	-38,95	-75,27	-1,36	1,45
18	-87,01	52,77	-0,38	1,29		68	-41,16	-72,87	-1,47	1,81
19	23,37	68,51	-1,34	2,81		69	-15,64	-133,57	0,66	1,05
20	-47,49	-70,33	-1,08	2,53		70	-11,18	-101,04	0,04	1,39
21	-96,13	-42,83	0,76	2,17		71	98,98	-105,66	-1,29	2,94
22	-18,72	87,76	-0,28	1,72		72	-97,40	141,65	-2,18	2,21
23	88,94	65,95	0,79	2,46		73	-25,30	139,35	1,80	0,53
24	-83,91	-92,23	0,21	2,72		74	81,08	-34,26	2,04	0,69
25	97,59	-142,87	0,80	0,20		75	-3,12	-139,11	0,00	2,19
26	69,89	-51,15	2,13	2,16		76	-50,03	-25,29	0,17	0,61
27	70,66	-48,93	-0,90	1,86		77	23,79	38,57	-1,69	2,55
28	99,25	-64,65	2,40	1,01		78	12,93	-37,97	0,86	0,04
29	14,39	-100,31	1,42	1,16		79	-83,30	17,59	-2,49	0,75
30	-78,71	142,75	-1,88	0,01		80	72,24	-80,65	1,32	2,74
31	51,10	-130,03	0,46	1,47		81	-62,05	-5,86	0,27	2,00
32	7,44	-30,80	-1,73	0,18		82	-73,81	12,52	-1,76	2,10
33	-19,05	-73,67	-1,66	1,46		83	14,16	-22,59	-0,48	0,27
34	-63,83	-44,82	1,46	0,11		84	-89,57	-13,05	-1,00	0,87
35	-47,76	147,90	-0,74	0,21		85	-34,73	55,96	0,99	2,39
36	69,03	-29,34	-1,02	0,16		86	10,92	140,85	1,67	2,38
37	62,27	-26,58	-0,50	2,69		87	-94,98	-63,87	1,60	1,97
38	-68,68	-57,08	-0,72	0,81		88	34,87	59,58	-0,65	1,70
39	-69,66	-32,05	-0,43	0,83		89	51,46	27,70	0,85	0,05
40	-13,78	103,58	2,24	0,01		90	41,29	-88,86	-1,41	1,06
41	-67,45	18,68	1,93	2,35		91	-50,59	83,57	-1,42	2,51
42	-8,66	26,92	1,53	1,43		92	3,80	16,42	-2,43	0,24
43	-12,77	-125,02	-1,80	2,39		93	-72,53	-68,37	1,00	1,22
44	-39,07	94,12	-1,62	2,38		94	85,26	73,06	-0,14	2,59
45	37,51	81,32	0,36	1,14		95	-6,76	-90,65	0,35	2,52
46	-75,78	-143,77	-1,07	0,66		96	65,98	59,98	-0,16	2,22
47	96,05	-87,56	-0,44	0,19		97	17,60	13,99	1,01	2,82
48	-89,35	17,71	1,49	2,33		98	-31,37	-106,72	1,01	2,12
49	87,66	114,34	2,48	0,34		99	-11,45	135,36	-0,02	2,38
50	6,03	-85,60	2,35	2,43		100	-39,66	-14,50	2,42	0,04

## Задание № 2 Перевычисление и трансформирование пространственных систем координат.

### Элементы земного эллипсоида

Эллипсоидом вращения называется геометрическое тело, образуемое вращением эллипса вокруг его малой оси. Уравнение его поверхности вращения в канонической форме имеет вид

$$x^2/a^2 + y^2/a^2 + z^2/b^2 = 1 \quad 4$$

где  $a$  — большая или экваториальная полуось эллипсоида,  $b$  — малая или полярная полуось.

Земным эллипсоидом называется эллипсоид вращения, поверхность которого как по форме, так и по размерам достаточно близка к поверхности геоида.

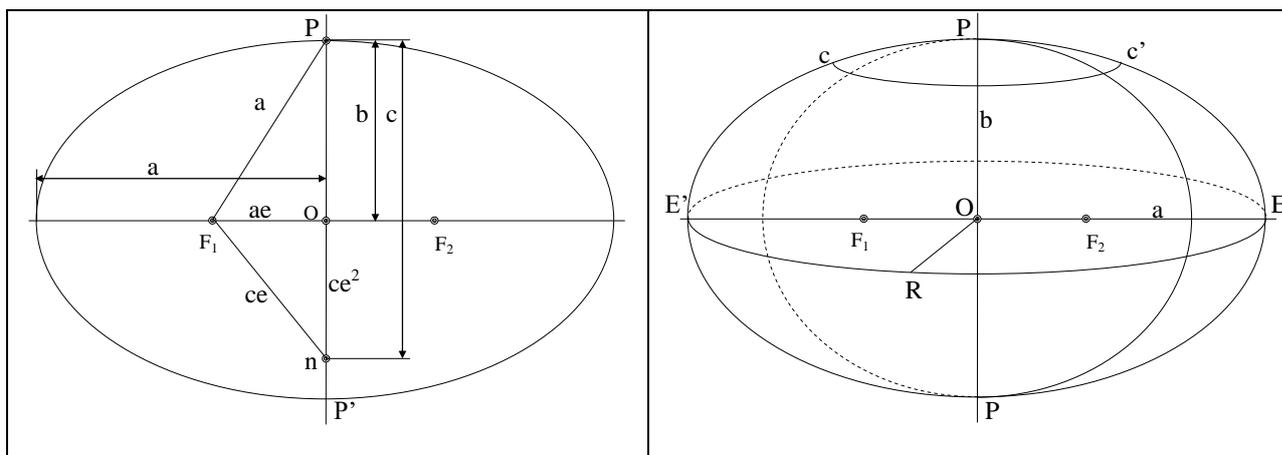


Рис. 5 Основные элементы эллипсоида

Зная размеры полуосей, находим положение фокусов  $F_1$  и  $F_2$  эллипса

$$OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 - b^2} \quad 5$$

Расстояние от центра эллипса до каждого из фокусов  $F_1$  или  $F_2$  называется линейным эксцентриситетом, а отношение линейного эксцентриситета к большой или малой полуосям — эксцентриситетом эллипса. В соответствии с этим различают первый и второй эксцентриситеты меридианного эллипса:

$$\text{первый эксцентриситет} \text{ — } e = \sqrt{a^2 - b^2} / a \quad 6$$

$$\text{второй эксцентриситет} \text{ — } e' = \sqrt{a^2 - b^2} / b \quad 7$$

Сечения поверхности эллипсоида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения  $PP'$ , представляют собой окружности, называемые параллелями ( $ee'$ ). Наибольшая параллель  $E'RE$ , плоскость которой проходит через центр эллипсоида  $O$ , называется экватором и делит эллипсоид на две одинаковые половины: северную и южную.

Плоскости, проходящие через малую ось эллипсоида, называются меридианными плоскостями, а сечения ими поверхности эллипсоида, представляющие собой эллипсы, — меридианами.

*Линейные элементы — большая и малая полуоси — определяют размеры эллипсоида, а эксцентриситет определяет форму эллипсоида, т.е. большую или меньшую «приплюснутость» у полюсов. Чем больше разность между большой и малой полуосями, тем больше эксцентриситет. У шара эксцентриситет равен нулю.*

Форму эллипсоида определяет также другая относительная величина - полярное сжатие эллипсоида, вычисляемое по формуле

$$\alpha = (a - b) / a \quad 8$$

величины, не имеющие общепринятого названия:

$$n = \frac{a - b}{a + b}, \quad m = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \quad 9$$

Основное свойство эллипса: сумма расстояний от любой точки эллипса до его фокусов есть величина постоянная, равная  $2a$ .

Размеры эллипса определяются размерами его большой полуоси  $a$ . Форма эллипса определяется одной из приведенных выше относительных величин, чаще всего сжатием  $\alpha$ .

Часто применяется еще одна линейная величина - полярный радиус кривизны, определяемый равенством:

$$c = \frac{a^2}{b} \quad 10$$

Эта величина равна гипотенузе прямоугольного треугольника  $PF_1n$  (см. рис. 5).

Все линейные и относительные величины эллипса называются элементами эллипса. Существуют дополнительные зависимости:

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \quad 11$$

$$a = b\sqrt{1 + e'^2} \quad 12$$

$$e^2 = 1 - b^2/a^2 \quad 13$$

$$e'^2 = a^2/b^2 - 1 \quad 14$$

$$e^2 = e'^2 / (1 + e'^2) \quad 15$$

$$e'^2 = e^2 / (1 - e^2) \quad 16$$

$$b^2/a^2 = 1 - e^2 = 1/(1 + e'^2) \quad 17$$

$$\alpha = 1 - b/a = 1 - \sqrt{1 - e^2} \quad 18$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2 \quad 19$$

Почти во всех формулах сфероидической геодезии присутствуют две величины, зависящие от эксцентриситета эллипсоида и широты:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}, \quad 20$$

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}. \quad 21$$

W и V называют первой и второй (основными) сфероидическими функциями. Для контроля используют формулу:

$$aW = bV \quad 22$$

Пользуясь соотношениями (20, 21) находят следующие значения главных радиусов кривизны, также зависящих от широты точки:

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B})^3} = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} = \frac{c}{V^3}, \quad 23$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} = \frac{a}{W} = \frac{c}{V}, \quad 24$$

$$\frac{N}{M} = V^2. \quad \text{контроль}$$

Преобразования координат из одной системы в другую носят строго выраженные математические зависимости и в общем виде представлены на (Рис. 6).

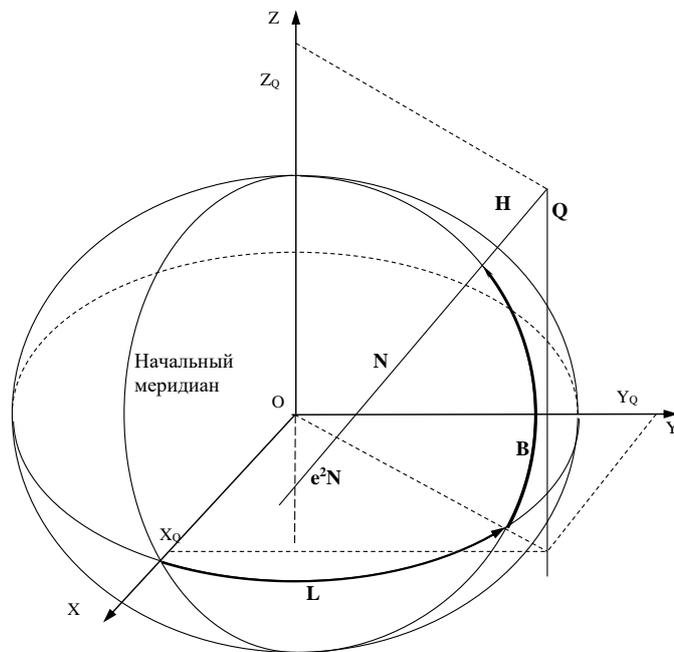


Рис. 6 Геоцентрические и эллипсоидальные координаты

Связь координат выражается следующими формулами:

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L; \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L; \\ Z &= \left( (1 - e^2) N + H \right) \sin B; \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}; \quad (26)$$

$X, Y, Z$  – геоцентрические прямоугольные координаты;

$B, L, H$  – геодезические широта, долгота и высота точки;

$N$  – радиус кривизны первого вертикала;

Во время преобразований из пространственных прямоугольных  $X, Y, Z$  в эллипсоидальные координаты  $B, L, H$ , необходимо соблюдать соответствие принятой системы координат и используемого эллипсоида. Далее все формулы в соответствии с [1]:

$$D = \sqrt{X^2 + Y^2}; \quad (27)$$

Если  $D = 0$ ; то

$$B = \frac{\pi Z}{2|Z|}; \quad L = 0; \quad H = Z \sin B - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \quad (28)$$

Если  $D \neq 0$ ; при

$$\begin{aligned}
 Y < 0, \quad X > 0, \quad \text{то} \quad L &= 2\pi - L_0; \\
 Y < 0, \quad X < 0, \quad \text{то} \quad L &= \pi + L_0; \\
 Y > 0, \quad X < 0, \quad \text{то} \quad L &= \pi - L_0; \\
 Y > 0, \quad X > 0, \quad \text{то} \quad L &= L_0; \\
 Y = 0, \quad X > 0, \quad \text{то} \quad L &= 0; \\
 Y = 0, \quad X < 0, \quad \text{то} \quad L &= \pi;
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

где  $L_0 = \left| \arcsin\left(\frac{Y}{D}\right) \right|$

Если  $Z = 0$ ; то

$$B = 0; \quad H = D - a; \tag{30}$$

Если  $Z \neq 0$ ; то

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}; \quad c = \arcsin\left(\frac{Z}{r}\right); \quad p = \frac{e^2 a}{2r} \tag{31}$$

Реализуют итеративный процесс, используя вспомогательные величины

$$s_1 = 0; \quad b_i = c + s_i; \quad s_{i+1} = \arcsin\left(\frac{p \sin(2b_i)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 b_i}}\right); \quad \varepsilon = |s_{i+1} - s_i|; \tag{32}$$

Если на шаге итерации  $n$  значение  $\varepsilon$  окажется меньше установленного допуска на изменение координат, то принимают

$$B = b_n. \tag{33}$$

вычисляют

$$H = D \cos B + Z \sin B - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \tag{34}$$

Трансформирование геоцентрических и эллипсоидальных координат осуществляется в соответствии со схемой на рис. 7.

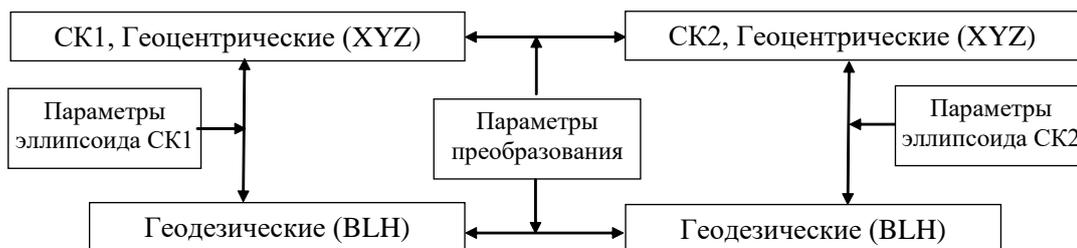


Рис. 7 Связь пространственных прямоугольных XYZ и эллипсоидальных координат BLH

Схема трансформирования представлена на рис. 8.

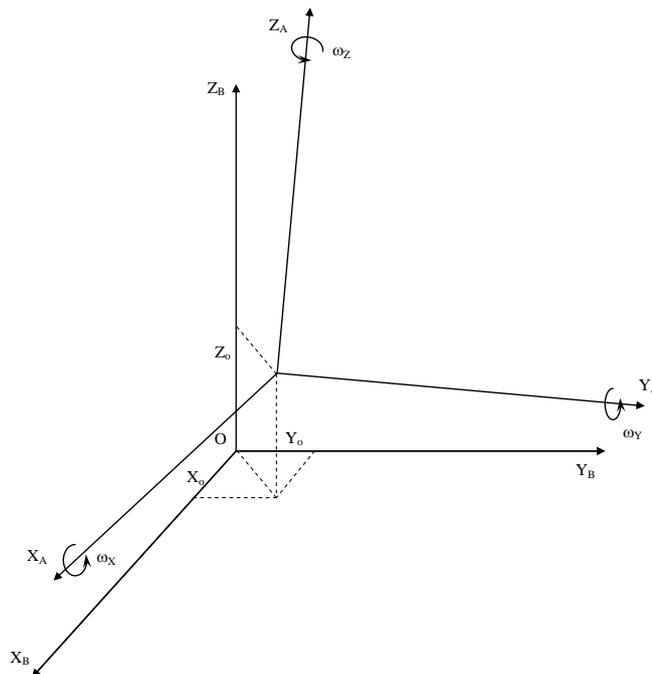


Рис. 8 Связь двух геоцентрических систем координат

Трансформирование прямоугольных геоцентрических координат из системы СК1 в систему СК2 производят по следующим формулам:

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}_{СК2} = (1 + dm) \begin{bmatrix} 1 & w_z(rad) & -w_y(rad) \\ -w_z(rad) & 1 & w_x(rad) \\ w_y(rad) & -w_x(rad) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}_{СК1} + \begin{bmatrix} \Delta X_o \\ \Delta Y_o \\ \Delta Z_o \end{bmatrix}; \quad (35)$$

где  $[X_p Y_p Z_p]_{СК1}$  - первая система координат;

$[X_p Y_p Z_p]_{СК2}$  - вторая система координат;

$[\Delta X_o, \Delta Y_o, \Delta Z_o]$  - линейные элементы вектора смещения начала второй системы координат относительно первой;

$w_x(rad); w_y(rad); w_z(rad)$  - угловые элементы вращения осей второй системы (выражены в радианной мере) для обеспечения ее преобразования в первую;

$dm$  - масштабный коэффициент, выражающий различие линейных масштабов двух систем координат (часть отличающая масштабный коэффициент от единицы).

Прямое преобразование (трансформирование) эллипсоидальных координат из системы СК1 в систему СК2 выполняются по формулам [1]:

$$\begin{aligned} B_{СК2} &= B_{СК1} + \Delta B; \\ L_{СК2} &= L_{СК1} + \Delta L; \\ H_{СК2} &= H_{СК1} + \Delta H; \end{aligned} \quad (36)$$

угловые элементы трансформирования – в угловых секундах дуги.

$$\begin{aligned} \Delta B &= \frac{\rho''}{(M+H)} \left[ \frac{N}{a} e^2 \sin B \cos B \Delta a + \left( \frac{N^2}{a^2} + 1 \right) N \sin B \cos B \frac{\Delta e^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - (\Delta x \cos L + \Delta y \sin L) \sin B + \Delta z \cos B \right] - \\ &\quad - \varpi_x \sin L (1 + e^2 \cos 2B) + \varpi_y \cos L (1 + e^2 \cos 2B) - \rho'' d m e^2 \sin B \cos B; \\ \Delta L &= \frac{\rho''}{(N+H) \cos B} (-\Delta x \sin L + \Delta y \cos L) + \operatorname{tg} B (1 - e^2) (\varpi_x \cos L + \varpi_y \sin L) - \varpi_z; \\ \Delta H &= -\frac{a}{N} \Delta a + N \sin^2 B \frac{\Delta e^2}{2} + (\Delta x \cos L + \Delta y \sin L) \cos B + \Delta z \sin B - \\ &\quad - N e^2 \sin B \cos B \left( \frac{\varpi_x}{\rho''} \sin L - \frac{\varpi_y}{\rho''} \cos L \right) + \left( \frac{a^2}{N} + H \right) d m; \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} M &= a(1 - e^2) \left( 1 - e^2 \sin^2 B \right)^{\frac{3}{2}}; \quad N = a \left( 1 - e^2 \sin^2 B \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \Delta a = a_B - a_A; \\ \Delta e^2 &= e_B^2 - e_A^2; \quad a = \frac{a_B + a_A}{2}; \quad e^2 = \frac{e_B^2 + e_A^2}{2}; \quad \rho'' = 206264,8062; \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned} B &= B_{СК1}; \\ L &= L_{СК1}; \\ H &= H_{СК1}; \end{aligned}$$

Для второй итерации принимают:

$$\begin{aligned} B &= B_{СК1} + \Delta B / 2; \\ L &= L_{СК1} + \Delta L / 2; \\ H &= H_{СК1} + \Delta H / 2; \end{aligned} \quad (38)$$

### Задание 2.1:

Используя параметры эллипсоидов  $a$  и  $b$  (большую и малую полуоси) вычислить  $\alpha$ ,  $e^2$ ,  $e'^2$ ,  $M$ ,  $N$ .

Все вычисления свести в одну таблицу:

№ п/п	Эллипсоид	$a$ , м	$b$ , м	$\alpha$	$e^2$	$e'^2$	$M$ , м	$N$ , м
1								
2								

Параметры эллипсоидов - таблица 2.

Координаты базовой точки - таблица 3.

### Задание 2.2:

Выполнить перевычисление эллипсоидальных координат в геоцентрические и обратно. Использовать итеративные формулы. Выполнить контроль – до сотых долей угловой секунды.

Используя вычисленные в задании 2.1 параметры эллипсоидов (номер эллипсоида соответствует номеру системы координат) выполнить преобразования координат пункта № 1 по схеме:

$$(BLH)_{СК1} \rightarrow (XYZ)_{СК1} \rightarrow (BLH)_{СК1} \rightarrow (\Delta B \Delta L \Delta H)_{СК2-СК1};$$

Вычисления произвести для эллипсоидов № 1, 2.

### Задание № 2.3

Выполнить трансформирование геоцентрических и эллипсоидальных координат пункта № 1 по схеме:

$$(BLH)_{СК1} \rightarrow (XYZ)_{СК1} \rightarrow (XYZ)_{СК2} \rightarrow (BLH)_{СК2} \rightarrow (\Delta B \Delta L \Delta H)_{СК2-СК1}$$

Параметры трансформирования - таблица 4.

Для контроля провести обратное преобразование:

$$(BLH)_{СК2} \rightarrow (XYZ)_{СК2} \rightarrow (XYZ)_{СК1} \rightarrow (BLH)_{СК1} \rightarrow (\Delta B \Delta L \Delta H)_{СК1-СК2}$$

### Задание 2.4

Прямое преобразование (трансформирование) эллипсоидальных координат выполнить по схеме:

выполнить первую итерацию:

$$(BLH)_{СК1} \rightarrow (\Delta B, \Delta L, \Delta H)_{СК1-СК2} \rightarrow (BLH)_{СК2},$$

выполнить вторую итерацию.

Выполнить контрольные вычисления по следующей схеме:

выполнить первую итерацию:

$$(BLH)_{СК2} \rightarrow (\Delta B, \Delta L, \Delta H)_{СК2-СК1} \rightarrow (BLH)_{СК1},$$

выполнить вторую итерацию.

Сравнить геодезические координаты  $(BLH)_{СК2}$  с координатами, вычисленными в задании 2.3.

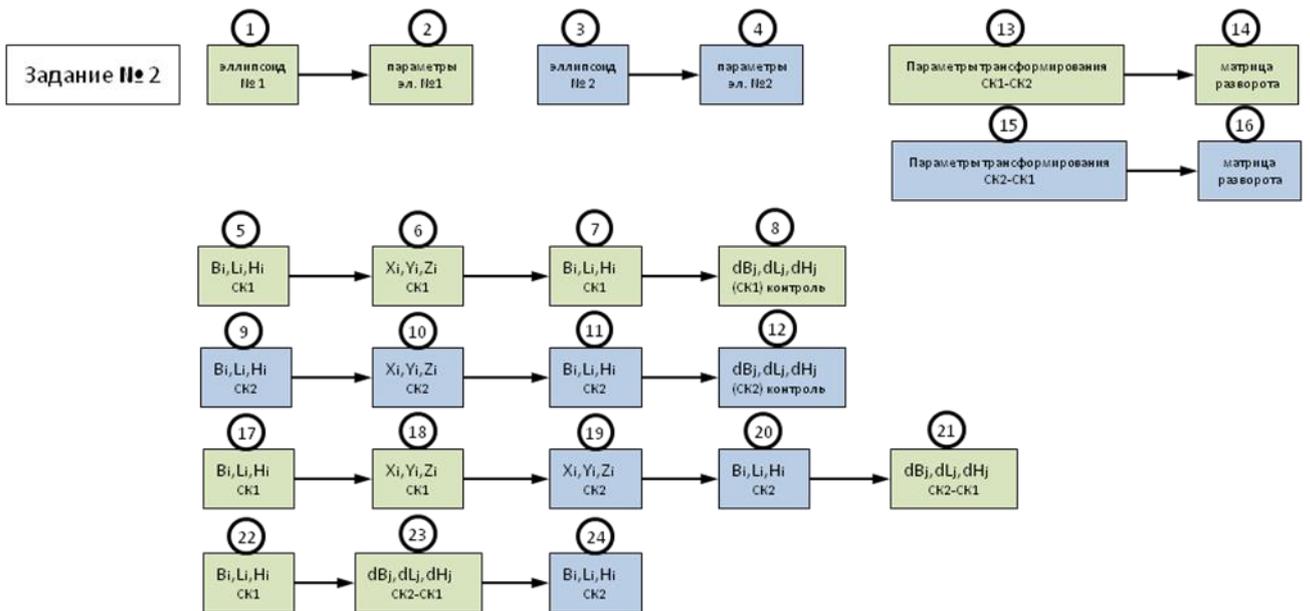


Рис. 9 Схема выполнения задания 2

Таблица 2

## Параметры эллипсоидов №1 и №2

## EPSG Geodetic Parameter Data Set

№ п/п	Эллипсоид №1		Эллипсоид №2		№ п/п	Эллипсоид №1		Эллипсоид №2	
	Semi-major axis (a) (большая полуось)	Semi-minor axis (b) (малая полуось)	Semi-major axis (a) (большая полуось)	Semi-minor axis (b) (малая полуось)		Semi-major axis (a) (большая полуось)	Semi-minor axis (b) (малая полуось)	Semi-major axis (a) (большая полуось)	Semi-minor axis (b) (малая полуось)
1.	6378710,30	6357912,84	6378680,99	6357136,87	51.	6378321,46	6358264,98	6379049,40	6357892,03
2.	6378867,89	6357861,02	6378594,67	6357637,74	52.	6378814,43	6357161,26	6378953,31	6357660,64
3.	6378993,02	6358280,07	6379007,45	6358231,37	53.	6378907,17	6357832,22	6378456,76	6357396,95
4.	6378752,70	6357392,21	6379223,72	6358272,15	54.	6378781,67	6357717,56	6379037,61	6358072,25
5.	6378500,46	6357116,07	6378658,75	6358296,08	55.	6379017,70	6357730,89	6378852,68	6358037,54
6.	6378493,95	6358206,17	6378840,88	6356927,17	56.	6378458,25	6357175,11	6378715,82	6357767,29
7.	6378620,19	6356866,35	6378253,19	6357588,85	57.	6379013,51	6357972,98	6378657,74	6357924,99
8.	6379168,58	6358049,97	6378586,03	6357512,86	58.	6378340,02	6358006,87	6378821,36	6358246,50
9.	6378489,19	6357273,72	6378816,95	6358257,39	59.	6378972,69	6356896,72	6378536,72	6358141,07
10.	6378737,34	6357806,17	6378473,77	6358231,49	60.	6379148,39	6358219,95	6378414,76	6357525,50
11.	6379094,29	6357715,74	6378635,22	6358009,89	61.	6378953,77	6356945,79	6378289,90	6357050,44
12.	6378511,67	6358218,05	6379190,32	6358061,73	62.	6378304,77	6357680,55	6378286,99	6356926,47
13.	6378388,36	6358137,66	6379025,63	6357106,67	63.	6378317,84	6357548,59	6379034,07	6357852,63
14.	6378458,99	6357820,51	6379089,76	6357417,77	64.	6378667,31	6357804,86	6379117,85	6357939,94
15.	6378323,83	6357815,04	6378481,17	6357484,03	65.	6378900,45	6357532,03	6378457,19	6356900,45
16.	6378955,44	6357595,87	6378471,29	6357025,38	66.	6378394,84	6358028,27	6378608,57	6357648,55
17.	6378282,08	6357926,56	6378511,35	6357065,68	67.	6378515,75	6358361,44	6378787,33	6358115,06
18.	6378751,49	6357590,01	6378768,73	6357233,71	68.	6378766,72	6357465,39	6379117,68	6356952,52
19.	6378660,73	6357898,73	6378801,62	6358252,67	69.	6378508,44	6357416,77	6378857,54	6357212,00
20.	6379242,20	6357800,09	6378492,08	6358212,93	70.	6379098,87	6357811,31	6378487,82	6357829,34
21.	6378502,04	6357734,33	6379226,78	6357545,29	71.	6378488,54	6357189,41	6378582,89	6357891,47
22.	6378777,08	6358128,76	6378776,23	6358122,05	72.	6378711,13	6358335,84	6378594,44	6357993,37
23.	6378729,95	6357989,39	6378307,70	6358316,65	73.	6379235,58	6358281,47	6379004,51	6356912,79
24.	6379162,00	6357907,86	6379059,95	6358235,46	74.	6378382,46	6357942,59	6379222,58	6358192,63
25.	6378815,15	6358325,65	6379061,01	6358195,27	75.	6378817,23	6357234,82	6379137,69	6357946,83
26.	6378449,30	6358323,53	6378887,26	6357447,32	76.	6378330,61	6358131,43	6378505,70	6357801,16
27.	6378383,95	6357153,31	6379204,23	6357357,52	77.	6379036,26	6357198,58	6379101,71	6358307,72
28.	6378346,26	6357117,57	6378986,70	6357691,28	78.	6378762,90	6357840,00	6378303,20	6357533,95
29.	6379030,87	6357352,07	6378330,83	6358127,19	79.	6378395,42	6357337,30	6378260,31	6357941,43
30.	6378767,60	6356927,84	6378730,97	6356905,98	80.	6379130,20	6358082,25	6379082,50	6358316,93
31.	6378956,61	6358295,07	6379072,73	6358104,30	81.	6378506,22	6357059,11	6378723,53	6358169,84
32.	6379121,92	6357400,46	6379153,71	6357051,50	82.	6378371,17	6357190,72	6378466,50	6358064,28
33.	6378395,04	6357456,20	6379209,42	6357984,32	83.	6378704,21	6358097,62	6378548,03	6357747,62
34.	6378333,16	6356931,07	6379116,94	6358238,00	84.	6379119,17	6357820,19	6379176,42	6357351,77
35.	6378866,84	6357151,60	6378931,26	6357288,63	85.	6378911,22	6357298,01	6378297,29	6357583,66
36.	6378933,53	6357580,68	6379180,46	6357406,84	86.	6379133,69	6358217,61	6378450,66	6357242,87
37.	6378261,59	6357981,85	6378954,47	6357771,94	87.	6378966,17	6358357,33	6378483,15	6357744,68
38.	6379082,11	6356937,30	6378672,41	6358185,66	88.	6378745,90	6357549,83	6378955,53	6358124,75
39.	6379058,35	6357036,98	6379121,44	6358011,58	89.	6378726,15	6357215,99	6378392,05	6357119,27
40.	6378722,09	6357025,88	6379087,98	6357765,99	90.	6379192,96	6357890,19	6378882,64	6357937,43
41.	6378508,06	6356988,29	6378810,40	6358037,12	91.	6379008,09	6357217,88	6379073,53	6357567,74
42.	6378312,18	6357797,24	6378983,99	6358204,78	92.	6378823,95	6357629,85	6378781,98	6357915,50
43.	6378491,60	6357451,85	6379116,91	6357196,32	93.	6378832,34	6357385,68	6378452,46	6357492,28
44.	6378319,53	6358255,46	6379220,13	6358350,67	94.	6378479,93	6357515,36	6378691,41	6358123,24
45.	6378667,43	6356970,45	6378882,23	6357183,68	95.	6378458,43	6357750,01	6378692,84	6357034,74
46.	6378920,30	6357507,32	6378538,88	6356927,61	96.	6378275,79	6357261,83	6378495,91	6358202,42
47.	6378523,50	6357097,81	6378749,91	6358353,74	97.	6378944,04	6358031,52	6378861,30	6358164,09
48.	6378661,11	6357816,50	6378972,32	6357263,63	98.	6378684,47	6358122,67	6378421,11	6357045,91
49.	6379147,61	6358124,40	6378961,84	6357646,52	99.	6378753,10	6357045,44	6378888,50	6357492,95
50.	6378459,63	6357021,75	6378278,32	6358212,97	100.	6378947,50	6358268,48	6378540,60	6357840,45

Таблица 3

## Координаты точек

№ п/п	1							№ п/п	1						
	В			L			Н		В			L			Н
	о	′	″	о	′	″	м		о	′	″	о	′	″	м
1	51	31	16,80000	35	20	38,40000	20	51	51	31	26,40000	35	21	20,40000	70
2	51	30	2,40000	35	21	36,00000	21	52	51	30	54,60000	35	20	52,80000	71
3	51	31	50,40000	35	21	43,80000	22	53	51	30	30,60000	35	20	56,40000	72
4	51	30	9,00000	35	20	2,40000	23	54	51	30	36,00000	35	20	46,80000	73
5	51	31	33,60000	35	21	19,20000	24	55	51	31	19,20000	35	21	17,40000	74
6	51	30	51,00000	35	21	52,80000	25	56	51	30	7,20000	35	20	44,40000	75
7	51	31	48,60000	35	20	45,60000	26	57	51	31	37,80000	35	20	36,60000	76
8	51	31	11,40000	35	21	4,80000	27	58	51	31	44,40000	35	20	57,00000	77
9	51	30	39,60000	35	21	22,20000	28	59	51	31	31,20000	35	20	31,20000	78
10	51	30	42,00000	35	21	25,80000	29	60	51	30	22,20000	35	20	6,00000	79
11	51	31	16,80000	35	20	19,20000	30	61	51	31	39,00000	35	20	57,60000	80
12	51	30	21,60000	35	20	51,60000	31	62	51	30	25,20000	35	20	33,60000	81
13	51	31	53,40000	35	21	31,20000	32	63	51	30	49,20000	35	21	57,60000	82
14	51	30	43,20000	35	20	33,60000	33	64	51	30	49,20000	35	20	54,00000	83
15	51	31	52,80000	35	21	10,80000	34	65	51	31	40,20000	35	21	9,00000	84
16	51	31	7,20000	35	20	44,40000	35	66	51	30	19,20000	35	21	52,80000	85
17	51	30	1,80000	35	21	6,60000	36	67	51	30	59,40000	35	21	28,20000	86
18	51	30	3,60000	35	21	17,40000	37	68	51	30	49,20000	35	20	2,40000	87
19	51	30	13,80000	35	21	54,00000	38	69	51	30	5,40000	35	20	56,40000	88
20	51	30	30,60000	35	20	26,40000	39	70	51	30	40,80000	35	20	58,20000	89
21	51	31	48,60000	35	20	30,60000	40	71	51	31	30,00000	35	20	2,40000	90
22	51	30	27,00000	35	20	1,80000	41	72	51	30	24,00000	35	20	0,00000	91
23	51	31	57,00000	35	20	58,80000	42	73	51	31	50,40000	35	21	30,60000	92
24	51	30	44,40000	35	21	25,80000	43	74	51	31	22,80000	35	20	27,60000	93
25	51	31	33,00000	35	21	56,40000	44	75	51	31	25,20000	35	21	43,80000	94
26	51	30	29,40000	35	21	6,00000	45	76	51	30	25,20000	35	21	51,60000	95
27	51	31	19,80000	35	21	12,60000	46	77	51	31	9,00000	35	21	0,00000	96
28	51	30	3,60000	35	20	44,40000	47	78	51	31	41,40000	35	21	48,00000	97
29	51	30	28,20000	35	20	24,00000	48	79	51	30	27,60000	35	21	39,00000	98
30	51	30	16,80000	35	20	17,40000	49	80	51	30	13,80000	35	21	22,20000	99
31	51	31	34,80000	35	21	57,60000	50	81	51	31	24,60000	35	21	47,40000	100
32	51	30	0,60000	35	21	13,20000	51	82	51	31	28,20000	35	21	59,40000	101
33	51	30	58,20000	35	20	5,40000	52	83	51	31	10,20000	35	21	43,80000	102
34	51	30	19,20000	35	21	2,40000	53	84	51	31	58,80000	35	20	25,20000	103
35	51	30	27,00000	35	21	30,60000	54	85	51	31	10,20000	35	20	51,60000	104
36	51	31	13,80000	35	20	3,60000	55	86	51	30	10,80000	35	21	57,60000	105
37	51	30	57,60000	35	21	24,00000	56	87	51	30	21,60000	35	20	10,80000	106
38	51	30	54,00000	35	21	27,00000	57	88	51	31	7,20000	35	21	4,80000	107
39	51	31	39,60000	35	20	24,60000	58	89	51	31	13,80000	35	20	30,00000	108
40	51	31	55,20000	35	21	39,60000	59	90	51	30	16,20000	35	21	15,60000	109
41	51	31	11,40000	35	21	34,80000	60	91	51	30	13,80000	35	20	4,20000	110
42	51	30	13,80000	35	20	1,20000	61	92	51	30	42,60000	35	21	59,40000	111
43	51	31	8,40000	35	21	16,80000	62	93	51	30	54,60000	35	21	48,60000	112
44	51	31	26,40000	35	20	34,20000	63	94	51	30	37,20000	35	20	49,80000	113
45	51	31	52,20000	35	21	23,40000	64	95	51	31	10,80000	35	20	37,20000	114
46	51	31	40,80000	35	20	43,20000	65	96	51	30	22,80000	35	21	43,80000	115
47	51	31	25,80000	35	20	49,20000	66	97	51	30	43,80000	35	20	46,20000	116
48	51	30	16,20000	35	21	31,20000	67	98	51	30	56,40000	35	21	26,40000	117
49	51	31	25,20000	35	20	42,00000	68	99	51	31	45,00000	35	20	31,80000	118
50	51	31	5,40000	35	20	43,20000	69	100	51	31	0,60000	35	20	34,20000	119

Таблица 4

## Параметры трансформирования из СК1 в СК2

№ п/ п	Параметры трансформирования из СК1 в СК2							№ п/п	Параметры трансформирования из СК1 в СК2						
	dx	dy	dz	$\omega_x$	$\omega_y$	$\omega_z$	dm*		dx	dy	dz	$\omega_x$	$\omega_y$	$\omega_z$	dm*
	м	м	м	“	“	“	10 <sup>6</sup>		м	м	м	“	“	“	10 <sup>6</sup>
1	17,3	-122,3	56,2	-0,5	3,5	-2,8	0,6	51	98,4	-58,0	-89,7	-1,6	-0,9	-1,0	0,2
2	-0,6	-94,4	-89,1	-1,5	4,3	-1,8	0,5	52	28,4	148,0	-2,2	2,4	-3,5	1,0	0,7
3	59,5	27,4	98,4	0,3	1,0	1,5	2,9	53	73,6	-52,2	78,0	-1,4	-4,6	1,1	0,2
4	4,4	111,1	4,2	-1,8	0,7	-2,4	0,8	54	-5,6	124,5	-15,7	-0,1	-0,3	0,0	2,3
5	-53,9	-119,0	-95,6	2,1	1,4	-1,0	2,9	55	94,8	59,8	-95,5	-0,1	2,7	0,9	1,0
6	20,0	-104,2	-95,5	-2,4	-3,4	-1,6	1,9	56	28,2	107,7	13,4	-2,3	1,7	-0,9	1,9
7	-71,5	119,8	96,1	-1,4	-0,7	2,6	1,6	57	-67,7	74,2	86,0	-2,5	-0,3	-2,4	1,2
8	1,6	-12,1	50,5	2,3	-1,9	1,2	1,9	58	-55,0	-89,9	20,9	0,9	-3,2	-2,8	0,4
9	-3,1	53,2	57,5	-0,9	1,3	1,5	0,6	59	-49,5	-75,2	99,7	1,7	-4,9	-2,2	0,5
10	54,8	81,2	73,9	-2,0	-3,5	0,5	1,0	60	-18,0	-95,2	23,9	-1,9	-3,7	0,0	0,4
11	47,0	-101,8	69,0	-2,0	4,4	-0,6	2,8	61	-56,3	139,1	60,2	-0,4	0,0	2,3	1,8
12	-47,2	-33,6	-60,6	-1,3	1,4	-2,9	2,5	62	-68,4	-120,3	-98,4	2,5	-1,7	0,3	1,7
13	63,6	-114,2	79,1	1,1	-3,2	-1,6	0,5	63	-17,7	66,1	59,5	1,2	-4,9	2,9	1,6
14	85,7	-111,3	-17,7	-0,9	-2,2	2,5	0,3	64	59,0	139,0	22,2	0,5	0,7	1,9	2,1
15	68,2	-147,4	-62,9	1,7	-3,0	-0,5	0,7	65	-92,7	73,6	66,4	-1,8	-1,5	-2,5	0,8
16	-99,5	45,6	-68,4	-0,9	-4,7	2,2	0,4	66	66,2	-100,0	-65,9	2,0	3,6	0,4	2,1
17	-0,3	-18,8	35,9	-0,1	1,8	-0,4	2,5	67	-39,0	-75,3	58,3	-1,4	2,3	1,8	1,4
18	-87,1	52,7	77,0	-0,4	-4,5	-1,9	1,2	68	-41,2	-72,9	-31,4	-1,5	-2,4	-2,8	1,8
19	23,3	68,5	93,3	-1,4	4,6	-0,3	2,8	69	-15,7	-133,6	-21,2	0,6	-0,1	-1,2	1,0
20	-47,5	-70,4	-90,3	-1,1	1,4	-0,3	2,5	70	-11,2	-101,1	37,4	0,0	1,3	2,0	1,3
21	-96,2	-42,9	60,3	0,7	1,3	2,0	2,1	71	98,9	-105,7	-16,6	-1,3	2,3	2,6	2,9
22	-18,8	87,7	-20,7	-0,3	-3,8	-2,5	1,7	72	-97,4	141,6	-31,9	-2,2	-2,5	-2,3	2,2
23	88,9	65,9	-58,7	0,7	-3,6	-0,3	2,4	73	-25,3	139,3	-27,6	1,8	1,3	-0,1	0,5
24	-84,0	-92,3	3,4	0,2	3,6	2,2	2,7	74	81,0	-34,3	-43,5	2,0	4,0	-2,1	0,6
25	97,5	-142,9	-21,4	0,8	-4,7	2,8	0,2	75	-3,2	-139,2	14,7	0,0	-0,1	-1,1	2,1
26	69,8	-51,2	60,3	2,1	-0,6	1,1	2,1	76	-50,1	-25,3	-73,9	0,1	0,6	-0,7	0,6
27	70,6	-49,0	16,5	-0,9	1,9	-2,8	1,8	77	23,7	38,5	-82,2	-1,7	-4,2	-1,7	2,5
28	99,2	-64,7	-81,1	2,4	0,9	1,9	1,0	78	12,9	-38,0	-9,4	0,8	-3,3	0,1	0,6
29	14,3	-100,4	-56,3	1,4	-3,1	-0,2	1,1	79	-83,3	17,5	73,3	-2,5	-3,2	-0,5	0,7
30	-78,8	142,7	17,2	-1,9	1,5	0,9	0,2	80	72,2	-80,7	-75,8	1,3	1,7	2,6	2,7
31	51,1	-130,1	-60,6	0,4	1,4	0,9	1,4	81	-62,1	-5,9	-1,4	0,2	4,2	-2,3	2,0
32	7,4	-30,8	18,1	-1,8	-3,4	-0,4	0,1	82	-73,9	12,5	-44,1	-1,8	-3,0	-0,5	2,1
33	-19,1	-73,7	-11,5	-1,7	-1,9	-0,9	1,4	83	14,1	-22,6	50,2	-0,5	-3,1	2,4	0,2
34	-63,9	-44,9	-76,8	1,4	3,3	-3,0	0,1	84	-89,6	-13,1	-43,7	-1,0	-0,2	1,0	0,8
35	-47,8	147,9	57,7	-0,8	-4,1	-0,1	0,2	85	-34,8	55,9	-78,3	0,9	-2,7	2,6	2,3
36	69,0	-29,4	11,9	-1,1	1,4	-1,1	0,1	86	10,9	140,8	6,8	1,6	-0,3	2,2	2,3
37	62,2	-26,6	45,2	-0,5	-3,9	-0,8	2,6	87	-95,0	-63,9	-40,5	1,6	4,4	-2,4	1,9
38	-68,7	-57,1	46,5	-0,8	2,1	-1,8	0,8	88	34,8	59,5	57,7	-0,7	-0,9	1,1	1,7
39	-69,7	-32,1	-35,7	-0,5	3,1	1,2	0,8	89	51,4	27,7	21,1	0,8	-5,0	2,4	0,5
40	-13,8	103,5	-65,5	2,2	-2,9	0,4	0,3	90	41,2	-88,9	60,9	-1,5	-2,6	1,0	1,0
41	-67,5	18,6	83,1	1,9	-3,2	-0,9	2,3	91	-50,6	83,5	14,5	-1,5	4,7	1,4	2,5
42	-8,7	26,9	17,9	1,5	-3,0	-1,3	1,4	92	3,8	16,4	17,8	-2,5	4,3	-0,8	0,2
43	-12,8	-125,1	92,0	-1,8	-1,9	2,4	2,3	93	-72,6	-68,4	-82,1	1,0	-3,6	2,8	1,2
44	-39,1	94,1	22,7	-1,7	-2,6	-0,3	2,3	94	85,2	73,0	-16,5	-0,2	0,2	1,5	2,5
45	37,5	81,3	-27,2	0,3	4,3	-0,3	1,1	95	-6,8	-90,7	-93,9	0,3	0,1	1,7	2,5
46	-75,8	-143,8	23,0	-1,1	-1,0	-1,1	0,6	96	65,9	59,9	48,5	-0,2	-0,7	2,5	2,2
47	96,0	-87,6	-56,4	-0,5	-1,4	0,1	0,1	97	17,6	13,9	36,8	1,0	-4,2	-2,8	2,8
48	-89,4	17,7	-71,0	1,4	2,8	2,0	2,3	98	-31,4	-106,8	-60,2	1,0	-4,2	-0,3	2,1
49	87,6	114,3	39,6	2,4	2,7	2,4	0,3	99	-11,5	135,3	29,4	-0,1	3,6	1,9	2,3
50	6,0	-85,6	-37,6	2,3	-0,7	1,5	2,4	100	-39,7	-14,5	-77,2	2,4	1,9	2,4	0,7

### Задание № 3 Преобразование топоцентрических систем координат

Топоцентрические горизонтные координаты  $X^T$ ,  $Y^T$ ,  $Z^T$  связаны с пространственными полярными координатами наблюдаемой точки следующими зависимостями (рис. 10):

$$D_{Q_2} = \sqrt{X^{T^2} + Y^{T^2} + Z^{T^2}}; A_{12} = \arctg \frac{Y^T}{X^T}$$

$$v_{12} = \arctg \frac{Z^T}{\sqrt{X^{T^2} + Y^{T^2}}} \quad (39)$$

$$z_{12} = \arctg \frac{Z_2^T}{\sqrt{X_2^{T^2} + Y_2^{T^2}}}$$

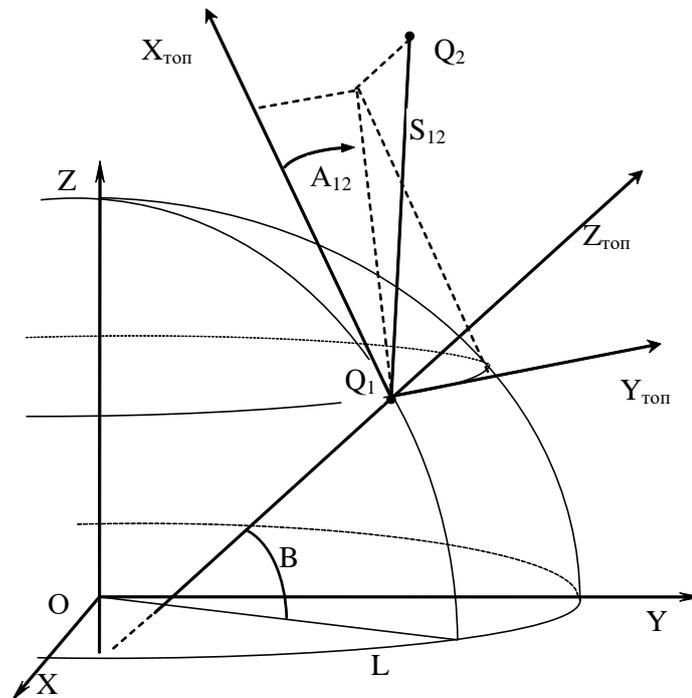


Рис. 10 Связь геоцентрической экваториальной OXYZ и топоцентрической горизонтной  $Q_1 X_{\text{топ}} Y_{\text{топ}} Z_{\text{топ}}$  систем координат

Вычисление геоцентрических координат из топоцентрических производится по формуле:

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}_1 + A \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix}_2 \quad (40)$$

где:

$$R_{(1)} = \begin{bmatrix} -\sin B_1 \cos L_1 & -\sin L_1 & \cos B_1 \cos L_1 \\ -\sin B_1 \sin L_1 & \cos L_1 & \cos B_1 \sin L_1 \\ \cos B_1 & 0 & \sin B_1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$B_1, L_1$  – геодезические координаты точки, являющейся началом топоцентрической системы координат.

Обратное преобразование выполняется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix}_{i(1)} = R_{(1)}^T \left( \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{bmatrix}_1 \right) \quad (42)$$

Дифференциальные формулы, связывающие эллипсоидальные и геоцентрические прямоугольные координаты имеют вид:

$$\begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}_i = R_{(1)} \begin{bmatrix} (M_1 + H_1)dB_{i1} \\ (N_1 + H_1)\cos BdL_{i1} \\ dH_{i1} \end{bmatrix} \quad (43)$$

Имеет место ортогональное преобразование координат:

$$\begin{aligned} dX_{i(1)} &= (M_1 + H_1)dB_{i1}; \\ dY_{i(1)} &= (N_1 + H_1)\cos BdL_{i1}; \\ dZ_{i(1)} &= dH_{i1}. \end{aligned} \quad (44)$$

Обратное преобразование:

$$\begin{bmatrix} (M_1 + H_1)dB_{i1} \\ (N_1 + H_1)\cos BdL_{i1} \\ dH_{i1} \end{bmatrix} = R_{(1)}^T \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}_i \quad (45)$$

Задание 3.1:

1. Построить точки на регулярной сетке по топоцентрическим координатам.

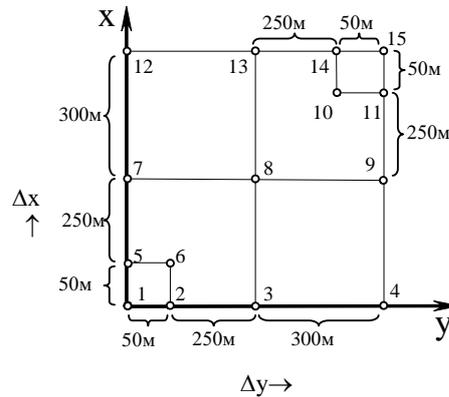


Рис. 11 Схема пунктов локальной сети объекта

В качестве начального пункта использовать пункт № 1 (задание № 2). Геодезические высоты пунктов – произвольные (15м, топоцентрическая высота первой точки = 0м).

1. Вычислить геоцентрические координаты всех точек (по схеме на рис. 11) в СК1.
2. Вычислить геодезические координаты всех точек в СК1.
3. Выполнить преобразование в топоцентрические координаты  $x(\text{топ}); y(\text{топ}); z(\text{топ})$  из геодезических координат в СК1, используя дифференциальные связи геодезических и топоцентрических координат;
4. Сравнить полученные топоцентрические координаты и исходные.
5. Выполнить преобразование геоцентрических координат всех точек в СК 2.
6. Вычислить геодезические координаты всех точек в СК2.
7. Выполнить преобразование в топоцентрические координаты  $x(\text{топ}); y(\text{топ}); z(\text{топ})$  из геодезических координат в СК2, используя дифференциальные связи геодезических и топоцентрических координат;
8. Вычислить топоцентрические координаты всех точек для СК2.
9. Сравнить топоцентрические координаты п.8 и п.7.

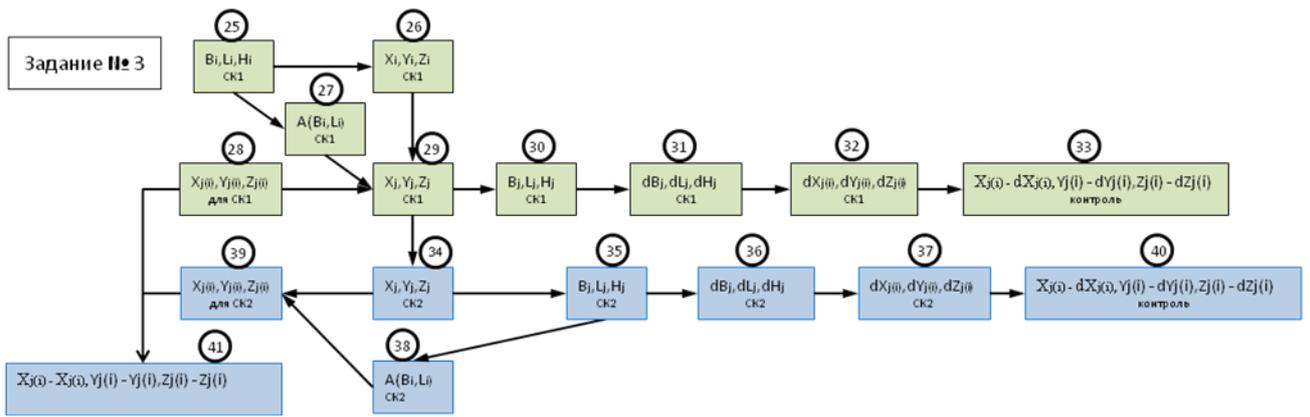


Рис. 12 Схема выполнения задания 3

Задание № 4 Вычисление плоских прямоугольных координат в равноугольной проекции Гаусса-Крюгера и определение параметров трансформирования в топоцентрическую систему координат методом наименьших квадратов

Вычисление плоских прямоугольных координат в равноугольной проекции Гаусса-Крюгера выполняется с погрешностью меньше 0.001 м по формулам (46)-(58). Обратное преобразование (59)-(70).

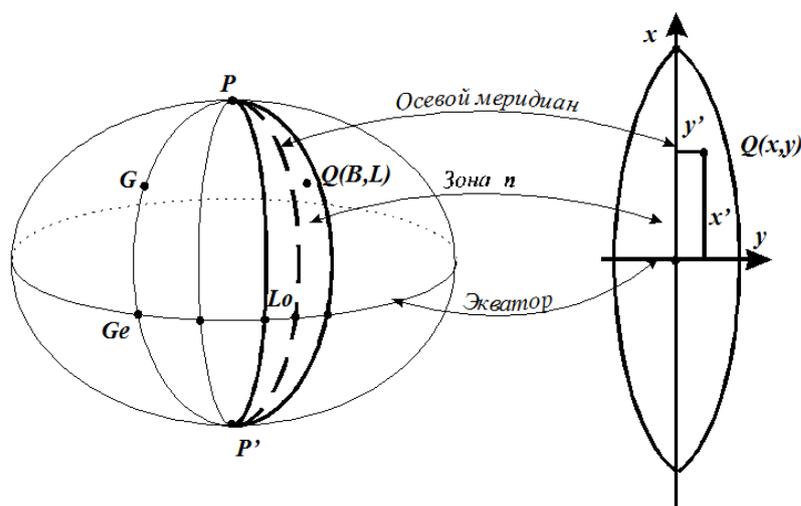


Рис. 13 Элементы проекции Гаусса-Крюгера

В процессе вычислений используются для соответствующей СК - параметры эллипсоида  $a$ ,  $e$ , долгота  $L_0$  осевого меридиана зоны и номер зоны  $n$  - вычисляются, значение ординаты  $y_0 = 500000$  осевого меридиана, смещение абсциссы  $x_0 = 0$ .

Преобразование  $B, L \rightarrow x, y$ :

$$m_0 = a(1 - e^2); m_2 = \frac{3}{2}e^2 m_0; m_4 = \frac{5}{4}e^2 m_2; m_6 = \frac{7}{6}e^2 m_4; m_8 = \frac{9}{8}e^2 m_6; \quad (46)$$

$$q_0 = m_0 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{3}{8}m_4 + \frac{5}{16}m_6 + \frac{35}{128}m_8; q_2 = \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{2}m_4 + \frac{15}{32}m_6 + \frac{7}{16}m_8; \quad (47)$$

$$q_4 = \frac{1}{8}m_4 + \frac{3}{16}m_6 + \frac{7}{32}m_8; q_6 = \frac{1}{32}m_6 + \frac{1}{16}m_8;$$

$$X = q_0 B - \sin B \cos B \left[ (q_2 - q_4 + q_6) + \left( 2q_4 - \frac{16}{3} q_6 \right) \sin^2 B + \frac{16}{3} q_6 \sin^4 B \right]; \quad (48)$$

$$\eta^2 = \cos^2 B \frac{e^2}{1-e^2}; \quad t = \operatorname{tg} B; \quad (49)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} N \sin B \cos B; \quad a_4 = \frac{1}{24} N \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4); \quad (50)$$

$$a_6 = \frac{1}{720} N \sin B \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2); \quad (51)$$

$$a_8 = \frac{1}{40320} N \sin B \cos^7 B (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6); \quad (52)$$

$$b_1 = N \cos B; \quad b_3 = \frac{1}{6} N \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2); \quad (53)$$

$$b_5 = \frac{1}{120} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2); \quad (54)$$

$$b_7 = \frac{1}{5040} N \cos^7 B (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6); \quad (55)$$

$$l = L - L_0; \quad (56)$$

$$x' = X + a_2 l^2 + a_4 l^4 + a_6 l^6 + a_8 l^8; \quad x = x' + x_0; \quad (57)$$

$$y' = b_1 l + b_3 l^3 + b_5 l^5 + b_7 l^7; \quad y = y' + y_0 + m l^6; \quad (58)$$

Преобразование  $x, y \rightarrow B, L$ :

$$x' = x - x_0; \quad \beta_0 = \frac{x'}{q_0}; \quad \beta_2 = -\frac{1}{2} \frac{q_2}{q_0}; \quad \beta_4 = \frac{1}{4} \frac{q_4}{q_0}; \quad \beta_6 = -\frac{1}{6} \frac{q_6}{q_0}; \quad (59)$$

$$d_2 = \beta_2 \left( \frac{1}{2} \beta_2^2 - \beta_4 - 1 \right); \quad d_4 = \beta_2^2 - \beta_4; \quad d_6 = 3\beta_2 \beta_4 - \frac{3}{2} \beta_2^3 - \beta_6; \quad (60)$$

$$B_x = \beta_0 + d_2 \sin(2\beta_0) + d_4 \sin(4\beta_0) + d_6 \sin(6\beta_0); \quad (61)$$

$$\eta_x^2 = \cos^2 B_x \frac{e^2}{1-e^2}; \quad t_x = \operatorname{tg} B_x; \quad N_x = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B_x)^{1/2}}; \quad (62)$$

$$A_2 = -\frac{1}{(2N_x^2)} (1 + \eta_x^2) t_x; \quad A_4 = -\frac{A_2}{(12N_x^2)} (5 + 3t_x^2 + \eta_x^2 - 9\eta_x^2 t_x^2 - 4\eta_x^4); \quad (63)$$

$$A_6 = \frac{A_2}{(360N_x^4)} (61 + 90t_x^2 + 45t_x^4 + 46\eta_x^2 - 252\eta_x^2 t_x^2 - 90\eta_x^2 t_x^4); \quad (64)$$

$$A_8 = -\frac{A_2}{(20160N_x^6)} (1385 + 3633t_x^2 + 4095t_x^4 + 1575t_x^6); \quad (65)$$

$$B_1 = \frac{1}{(N_x \cos B_x)}; B_3 = -\frac{B_1}{(6N_x^2)}(1 + 2t_x^2 + \eta_x^2); \quad (66)$$

$$B_5 = \frac{B_1}{(120N_x^4)}(5 + 28t_x^2 + 24t_x^4 + 6\eta_x^2 + 8\eta_x^2 t_x^2); \quad (67)$$

$$B_7 = -\frac{B_1}{(5040N_x^6)}(61 + 662t_x^2 + 1320t_x^4 + 720t_x^6); \quad (68)$$

$$y' = y - y_0 - n10^6; B = B_x + A_2 y'^2 + A_4 y'^4 + A_6 y'^6 + A_8 y'^8; \quad (69)$$

$$l = B_1 y' + B_3 y'^3 + B_5 y'^5 + B_7 y'^7; \quad (70)$$

$$L = l + L_0;$$

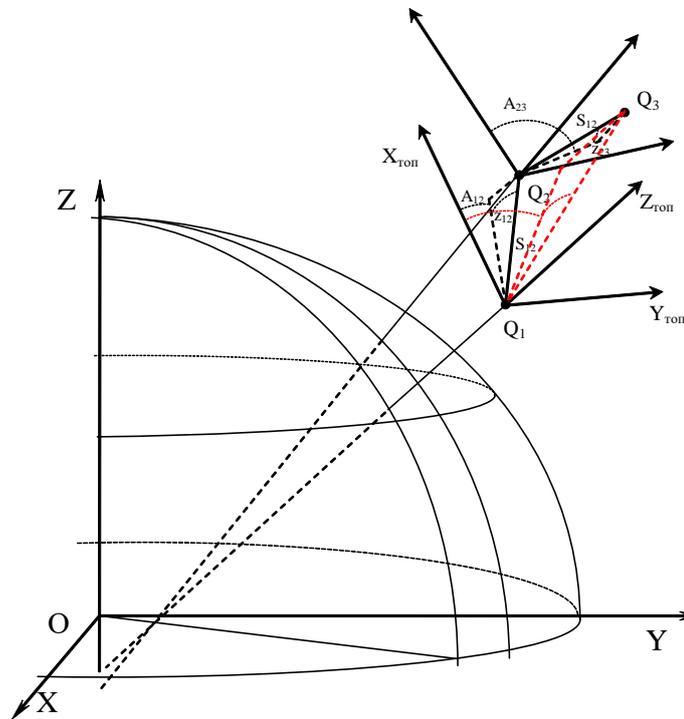


Рис. 14 Создание геодезической сети в топоцентрических системах координат

На поверхности эллипсоида положение какой-либо точки  $Q_2$  по отношению к некоторой точке  $Q_1$  определяется геодезическими полярными координатами — длиной геодезической линии  $s$  между этими точками и ее геодезическим азимутом  $A_{12}$  в точке  $Q_1$ .

После того как поверхность эллипсоида изображена на плоскости, положение точки  $Q_2$  по отношению к точке  $Q_1$  будет определяться

плоскими полярными координатами — длиной прямолинейного отрезка  $d$  и его направляющим углом  $\alpha_{12}$  в точке  $Q_1$ .

Направляющий угол  $\alpha$ , отсчитываемый от координатной линии  $y=\text{const}$ , т. е. линии, параллельной оси абсцисс, по часовой стрелке до заданного направления на плоскости, называется *дирекционным углом*.

Математическая обработка результатов геодезических измерений значительно проще выполняется на плоскости, чем на эллипсоиде. Поэтому необходимо найти формулы перехода от полярных координат  $s$  и  $A_{12}$  на эллипсоиде к им соответствующим полярным координатам  $d$  и  $\alpha_{12}$  на плоскости.

Геодезическая линия эллипсоида изображается на плоскости в виде некоторой кривой  $s$ , вид которой в общем случае неизвестен. Использование этой кривой для решения геодезических задач на плоскости практически невозможно. Поэтому вместо кривой  $S$  используют хорду  $d$ , стягивающую эту кривую между двумя заданными точками  $Q_1$  и  $Q_2$ .

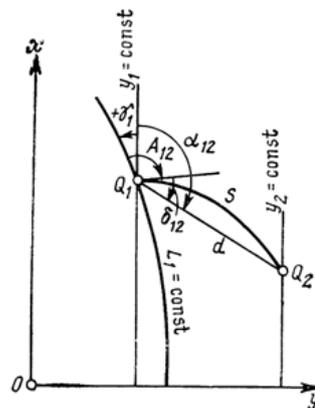


Рис. 15 Связь азимута и дирекционного угла

Для перехода от азимута  $A_{12}$  геодезической линии  $s$  к дирекционному углу  $\alpha_{12}$  хорды  $d$  используют следующее равенство

$$\alpha_{12} = A_{12} - \gamma_1 + \delta_{12}.$$

Где  $\alpha_{12}$  - дирекционный угол;

$A_{12}$  - азимут;

$\gamma_1$  - сближение меридианов;

$\delta_{12}$  - поправка за кривизну.

Поправку  $\delta_{12}$  называют сокращенно поправкой за кривизну. Ее отсчитывают от касательной к кривой  $S$  по часовой стрелке до хорды.

Знак сближения меридианов совпадает со знаком разности долгот:

$$l = L - L_o .$$

Для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана, сближение меридианов всегда будет иметь знак плюс, а к западу — минус.

Точная формула имеет вид

$$tg \gamma = \left\{ \left[ \left( l^2 + 0.0045 \right) \cos^2 B + 1 \right] 0.00674 l^3 \cos^4 B + tgl \right\} \sin B \quad (71)$$

$$\alpha_{12} = \frac{(x_2 - x_1)(y_1 + y_2)}{4R_2} \rho'' \quad (72)$$

$$\delta_{12} = \frac{\rho''}{6R^2} (x_2 - x_1)(2y_2 + y_1) \quad (73)$$

$$m = 1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} + \frac{\Delta y^2}{24R_m^2} + \frac{y_m^4}{24R_m^4} \quad (74)$$

$m$  - масштаб, для приведения геодезической линии на поверхности эллипсоида к плоскости проекции Гаусса-Крюгера.

При сравнении координат в топоцентрической системе координат и в проекции Гаусса-Крюгера, вычисленных по результатам различных независимых измерений, кроме величин  $\alpha$ ,  $x_o$ ,  $y_o$  следует учитывать изменение масштаба изображения. Длина  $S$  линии может оказаться различной в разных системах координат, и отношение  $S_{СК2}/S_{СК1}$  будет отлично от единицы:

$$S_{СК2}/S_{СК1} = 1 + m, \quad (75)$$

$S_{СК1}$  и  $S_{СК2}$  - длина линии в первой и второй системах координат соответственно. В системе Гаусса-Крюгера масштаб изображения не постоянен и изменяется при изменении положения точки, причем это

изменение может быть различным в двух системах. Поэтому отношение (75) может оказаться непостоянным. Тем не менее, будем считать величину  $m$  постоянной и также рассматривать ее в качестве параметра преобразования.

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 - \varphi \\ \varphi &= A_1 - A_2 \end{aligned} \quad (76)$$

Таким образом, параметр  $m$  определяется по формуле (75) только по длинам линий, а угол  $\alpha$  по формуле (76) только по углам  $A$ . Для определения длин  $S_1, S_2$  линий, соединяющих два пункта, и углов  $A_1, A_2$ , образованные этими линиями с осями  $O_1X_1$  и  $O_2X_2$ , по разностям  $\Delta x_1, \Delta y_1$  и  $\Delta x_2, \Delta y_2$  координат этих пунктов в обеих системах, служат формулы (81), (82).

$$S_{CK1} = \sqrt{(\Delta x_{1-2} + \Delta y_{1-2})_{CK1}}, \quad S_{CK2} = \sqrt{(\Delta x_{1-2} + \Delta y_{1-2})_{CK2}} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \arctg \frac{\Delta y_{1-2}}{\Delta x_{1-2}} + t\pi, \\ t &= 0, \text{ если } \Delta x_{1-2} \geq 0, \text{ и } \Delta y_{1-2} > 0, \\ t &= 1, \text{ если } \Delta x_{1-2} < 0, \\ t &= 2, \text{ если } \Delta x_{1-2} \geq 0, \text{ и } \Delta y_{1-2} < 0, \end{aligned} \quad (78)$$

Пусть имеется группа измерений  $L'_j (j=1,2,\dots,i)$  с ковариационной матрицей  $K_i$ , которая связывает искомые параметры  $\delta X_l (l=1,2,\dots,k)$  на состояние  $(i)$  линейными уравнениями поправок

$$V = A\delta X + W. \quad (79)$$

Под условием  $V^T P V = \min (P = K^{-1})$  составим нормальные уравнения

$$A^T P A \delta X + A^T P L = 0. \quad (80)$$

Матрица свободных членов

$$L = L_{\text{выч}} - L_{\text{изм}} \quad (81)$$

Решим относительно искомого параметра  $\delta X$  и найдем

$$\delta X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L. \quad (82)$$

Причем матрица  $A$  уравнений поправок имеет полный ранг, равный  $k$ , и существует обратная матрица

$$Q = -(A^T P A)^{-1}. \quad (83)$$

Уравненные значения параметров:

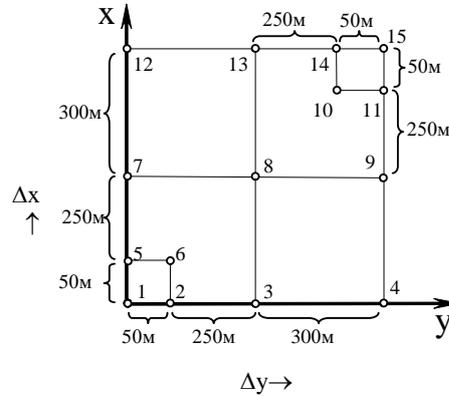
$$X = X^o + \delta X \quad (84)$$

Теперь координаты можно вычислить по уравненным параметрам и сравнить с «измеренными»:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{CK2} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + (1+m)R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{CK1}$$

Задание 4.1:

По геодезическим координатам точек (вычисленных в соответствии со схемой в работе № 3)



Выполнить:

1. Прямое преобразование  $B, L \rightarrow x, y$  по формулам (46)-(58) для всех точек;
2. Обратное преобразование  $x, y \rightarrow B, L$  по формулам (59)-(70) для всех точек;
3. Сравнить полученные геодезические координаты;
4. Сравнить топоцентрические координаты и координаты в проекции Гаусса-Крюгера
5. Выполнить преобразования для всех точек схемы с перемещением точки № 1 последовательно к левой границе зоны, к осевому меридиану зоны;

Задание 4.2:

По данным пункта 1 задания 4.1. получить параметры преобразования из топоцентрической системы координат в плоские прямоугольные координат проекции Гаусса-Крюгера. Сравнить «измеренные» и уравненные координаты.

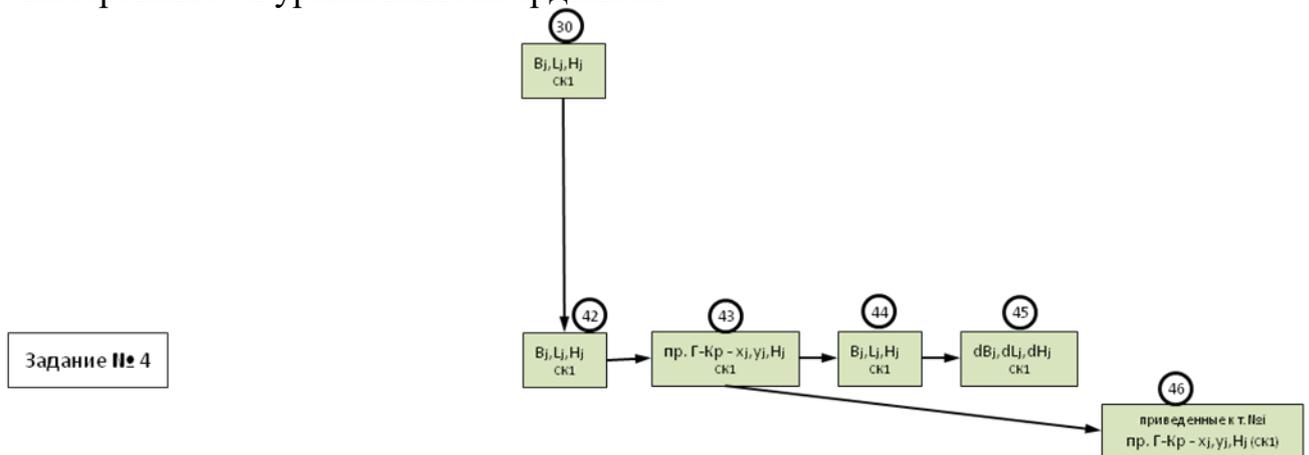


Рис. 16 Схема выполнения задания 4

## Задание № 5 Технология создания местной системы координат и местной системы высот

Технологии создания местной системы координат и местной системы высот описать реферативно, по обзору существующей нормативной базы, общему подходу к выбору пунктов и их закрепления. Процедуру выполнения измерений не описывать. В реферате отметить процесс определения параметров связи с государственной геодезической сетью

### Реферат «Создание местной системы координат»

Содержание разделов (для каждого реферата):

1. Введение.
2. Анализ законодательной базы.
3. Виды систем координат используемых для создания местных систем координат.
4. Последовательность создания - закрепление на местности, определение параметров связи с государственной системой координат.
5. Заключение.

### Реферат «Создание местной системы высот»

Содержание разделов (для каждого реферата):

1. Введение.
2. Анализ законодательной базы.
3. Виды систем высот используемых для создания местных систем высот.
4. Последовательность создания - закрепление на местности, определение параметров связи с государственной системой высот.
5. Заключение.

Для каждой работы объем не более 5 машинописных страниц (шрифт Times New Roman, 14 кегль, интервал – 1.5), схемы, формулы, технологические последовательности действий.

Приложение – вариант выполнения работы

Задание 2.1

Вычисление параметров эллипсоидов

	a	b	$\alpha$	e2	e2'	W	V	M	N
Эллипсоид 1	6378245	6355715,74	0,003532204	0,007051931	0,007102014	0,997836814	1,00137387	6374544,6	6392072,2
Эллипсоид 2	6378136	6355009,89	0,003625841	0,007238536	0,007291315	0,997779509	1,001410464	6374335,9	6392330,1

Задание № 2.2

Преобразование координат (BLH)<sub>ск1</sub> - (XYZ)<sub>ск1</sub> - (BLH)<sub>ск1</sub>

B	L	H	X	Y	Z	D	r	c	p		
51,52133	35,33867	64,00000	3244501,188	2300523,733	4968731,575	3977335	6364549,542	0,89576704	0,003533553		
51,52133	35,33867	64,00000	3244281,938	2300368,274	4969216,744	3977067	6364760,368	0,89584764	0,003451169		
51,52133	35,33867	64,00000	3237482,797	2295547,322	4993194,702	3968732	6378309	0,8992169	0,000000		
51,52133	35,33867	64,00000	3237427,472	2295508,093	4993109,372	3968664	6378200	0,8992169	0,000000		
s0		b0	si1	E	b1	s2	E	b2	s3	E	b3
0		0,895767037	0,003455	712,6975771	0,89922229	0,003449856	-1,113688956	0,899216893	0,00345	0,001766848	0,8992169
0		0,89584764	0,003374	696,0212385	0,89922205	0,003369254	-1,06278535	0,899216894	0,003369	0,001646983	0,8992169
0		0,899216902	0	0	0,8992169	0	0	0,899216902	0	0	0,8992169
0		0,899216902	0	0	0,8992169	0	0	0,899216902	0	0	0,8992169
s4	E	b4	B	L	H	$\Delta B$ (сек)	$\Delta L$ (сек)	$\Delta H$			
0,003449865	-0,000003	0,899216902	51,52133	35,33867	64,00000	0,00000	0,00000	0,00000			
0,003369262	-0,000003	0,899216902	51,52133	35,33867	64,00000	0,00000	0,00000	0,00000			
0	0,000000	0,899216902	51,52133	35,33867	64,00000	0,00000	0,00000	0,00000			
0	0,000000	0,899216902	51,52133	35,33867	64,00000	0,00000	0,00000	0,00000			

### Задание № 2.3

Параметры трансформирования из СК1 в СК2

dx1	dy1	dz1	Wx	Wy	Wz	dm
47,03	-101,73	69,02	-1,91	4,40	-0,56	2,9E-06

Rck2=

1	-2,71496E-06	-2,1332E-05
2,71496E-06	1	-9,2599E-06
2,13318E-05	9,25994E-06	1

Параметры трансформирования из СК2 в СК1

dx1	dy1	dz1	Wx	Wy	Wz	dm
-47,03	101,73	-69,02	1,91	-4,40	0,56	-2,9E-06

Rck1=

1	2,71496E-06	2,13318E-05
-2,71496E-06	1	9,25994E-06
-2,13318E-05	-9,25994E-06	1

Прямое преобразование

			ск1			ск2		
B	L	H	X	Y	Z	X	Y	Z
51,52133	35,33867	64,00000	3244501,1876	2300523,7332	4968731,5754	3244445,2912	2300391,4042	4968905,3697
			D	r	c	p	s0	b0
			3977213,328	6364608,899	0,895799083	0,003451251	0	0,895799083
			si+1	E	b1	s2	E	b2
			0,00337456	696,0528651	0,899173642	0,003369409	-1,062403266	0,899168492
			s3	E	b3	s4	E	b4
			0,003369417	0,001645736	0,8991685	0,003369417	-0,000003	0,8991685
			B	L	H	ΔB	ΔL	ΔH
			51,518560	35,337577	-88,509864	-9,983644110	-3,921577993	-152,509864

Обратное преобразование

			ск2			ск1		
B	L	H	X	Y	Z	X	Y	Z
51,51856	35,337577	-88,509864	3244445,2912	2300391,4042	4968905,3697	3244501,1905	2300523,7352	4968731,5778
			D	r	c	p	s0	b0
			3977335,469	6364549,546	0,895767037	0,003533553	0	0,895767037
			si+1	E	b1	s2	E	b2
			0,003455255	712,6975767	0,899222292	0,003449856	-1,113688953	0,899216893
			s3	E	b3	s4	E	b4
			0,003449865	0,001766848	0,899216902	0,003449865	-0,000003	0,899216901
			B	L	H	ΔB	ΔL	ΔH
			51,521333	35,338667	64,004056	9,983605774	3,921573611	152,513920

Задание № 2.4  
Пример без вторых итераций

Прямое преобразование

Вск1	Лск1	Нск1	a	e2	$\Delta a$	$\Delta e2$		
51,52133	35,33867	64,00000	6378190,5	0,006969897	-109	-0,000164068		
M	N	p	$\Delta B$	$\Delta L$	$\Delta H$	Вск2	Лск2	Нск2
6374534	6391856,259	206265,806	-9,983379467	-3,921581735	-152,5233058	51,51856	35,33758	-88,52331

Обратное преобразование

Вск2	Лск2	Нск2	a	e2	$\Delta a$	$\Delta e2$		
51,51856	35,33758	-88,50986	6378190,5	0,006969897	109	0,000164068		
M	N	p	$\Delta B$	$\Delta L$	$\Delta H$	Вск1	Лск1	Нск1
6374531	6391855,204	206265,806	9,98407047	3,921625245	152,5004824	51,52133	35,33867	63,99062

### Задание № 3

B	L	H	X	Y	Z
51,52133	36,00000	64,00000	3217731,9838	2337819,1299	4968731,5754

Матрица A

-0,633330773	-0,58778525	0,503389143
-0,460141741	0,80901699	0,36573362
0,6222232	0	0,782839888

Ск1

№	Xтоп	Утоп	Zтоп	Xцентр	Yцентр	Zцентр	D	r	c
1	0	0	0	3217731,9838	2337819,1299	4968731,5754	3977335,465	6364549,542	0,895767037
2	0	100	20	3217683,273	2337907,346	4968747,232	3977347,911	6364569,543	0,895767048
3	0	250	20	3217595,105	2338028,699	4968747,232	3977347,918	6364569,547	0,895767047
4	0	500	20	3217448,159	2338230,953	4968747,232	3977347,941	6364569,561	0,895767044
5	100	0	20	3217678,718	2337780,43	4968809,454	3977269,626	6364569,198	0,89578276
6	100	100	20	3217619,94	2337861,332	4968809,454	3977269,627	6364569,198	0,89578276
7	250	0	20	3217583,719	2337711,409	4968902,788	3977152,2	6364568,684	0,895806328
8	250	250	20	3217436,773	2337913,663	4968902,788	3977152,208	6364568,689	0,895806327
9	250	500	20	3217289,826	2338115,918	4968902,788	3977152,231	6364568,704	0,895806324
10	400	400	20	3217253,605	2337965,995	4968996,121	3977034,794	6364568,187	0,895829893
11	400	500	20	3217194,827	2338046,896	4968996,121	3977034,805	6364568,194	0,895829892
12	500	0	20	3217425,386	2337596,374	4969058,344	3976956,49	6364567,837	0,895845607
13	500	250	20	3217278,44	2337798,628	4969058,344	3976956,498	6364567,841	0,895845606
14	500	400	20	3217190,272	2337919,981	4969058,344	3976956,51	6364567,849	0,895845605
15	500	500	20	3217131,494	2338000,882	4969058,344	3976956,521	6364567,856	0,895845604

p	s0	b0	s2	E	b2
0,003534	0	0,89576704	0,00345	-1,11368896	0,89921689
0,003534	0	0,89576705	0,00345	-1,113682	0,89921689
0,003534	0	0,89576705	0,00345	-1,11368199	0,89921689
0,003534	0	0,89576704	0,00345	-1,11368196	0,89921689
0,003534	0	0,89578276	0,00345	-1,11382904	0,89923258
0,003534	0	0,89578276	0,00345	-1,11382904	0,89923258
0,003534	0	0,89580633	0,00345	-1,11404958	0,89925611
0,003534	0	0,89580633	0,00345	-1,11404957	0,89925611
0,003534	0	0,89580632	0,00345	-1,11404954	0,89925611
0,003534	0	0,89582989	0,00345	-1,11427008	0,89927964

0,003534	0		0,89582989	0,00345	-1,11427007	0,89927964		
0,003534	0		0,89584561	0,00345	-1,11441712	0,89929533		
0,003534	0		0,89584561	0,00345	-1,11441711	0,89929533		
0,003534	0		0,8958456	0,00345	-1,1144171	0,89929533		
0,003534	0		0,8958456	0,00345	-1,11441708	0,89929533		

si1	E	b1	s4	E	b4			
0,003455255	712,6975771	0,899222292	0,00345	-0,000003	0,8992169			
0,003455244	712,6953341	0,899222292	0,00345	-0,000003	0,8992169			
0,003455244	712,6953339	0,899222291	0,00345	-0,000003	0,8992169			
0,003455244	712,6953331	0,899222289	0,00345	-0,000003	0,8992169			
0,00345522	712,6903855	0,89923798	0,00345	-0,000003	0,89923259			
0,00345522	712,6903855	0,89923798	0,00345	-0,000003	0,89923259			
0,003455184	712,682961	0,899261512	0,00345	-0,000003	0,89925612			
0,003455184	712,6829608	0,899261511	0,00345	-0,000003	0,89925612			
0,003455184	712,68296	0,899261508	0,00345	-0,000003	0,89925612			
0,003455148	712,6755339	0,899285042	0,00345	-0,000003	0,89927965			
0,003455148	712,6755335	0,89928504	0,00345	-0,000003	0,89927965			
0,003455124	712,6705824	0,899300732	0,00345	-0,000003	0,89929534			
0,003455124	712,6705822	0,899300731	0,00345	-0,000003	0,89929534			
0,003455124	712,6705818	0,899300729	0,00345	-0,000003	0,89929534			
0,003455124	712,6705814	0,899300728	0,00345	-0,000003	0,89929533			

s3	E	b3	B	L	H	Δ B	Δ L	Δ H
0,003449865	0,001766848	0,899216902	51,521333	36,000000	64,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,003449854	0,001766832	0,899216902	51,521333	36,001441	84,000782	0,000000	0,001441	20,000782
0,003449854	0,001766832	0,899216901	51,521333	36,003601	84,004889	0,000000	0,003601	20,004889
0,003449854	0,001766831	0,899216898	51,521333	36,007203	84,019555	0,000000	0,007203	20,019555
0,003449829	0,001767306	0,899232589	51,522232	36,000000	84,000000	0,000899	0,000000	20,000000
0,003449829	0,001767306	0,899232589	51,522232	36,001441	84,000782	0,000899	0,001441	20,000782
0,003449792	0,001768019	0,89925612	51,523580	36,000000	84,000000	0,002247	0,000000	20,000000
0,003449792	0,001768019	0,899256119	51,523580	36,003602	84,004889	0,002247	0,003602	20,004889
0,003449792	0,001768018	0,899256116	51,523580	36,007203	84,019556	0,002247	0,007203	20,019556
0,003449755	0,001768731	0,899279648	51,524928	36,005763	84,012516	0,003595	0,005763	20,012516
0,003449755	0,001768731	0,899279647	51,524928	36,007203	84,019557	0,003595	0,007203	20,019557
0,00344973	0,001769206	0,899295338	51,525827	36,000000	84,000000	0,004494	0,000000	20,000000
0,00344973	0,001769206	0,899295337	51,525827	36,003602	84,004889	0,004494	0,003602	20,004889
0,00344973	0,001769206	0,899295335	51,525827	36,005763	84,012517	0,004494	0,005763	20,012517
0,00344973	0,001769206	0,899295334	51,525827	36,007203	84,019557	0,004494	0,007203	20,019557

Топоцентрические координаты  
из разности геодезических

М	Н	
6374544,618	6392072,243	
$\Delta X_{\text{топ}}$	$\Delta Y_{\text{топ}}$	$\Delta Z_{\text{топ}}$
0,000	0,000	0,000
-0,001	100,000	20,001
-0,006	249,999	20,005
-0,025	499,998	20,020
100,000	0,000	20,000
99,999	100,002	20,001
249,999	0,000	20,000
249,993	250,012	20,005
249,975	500,023	20,020
399,983	400,030	20,013
399,974	500,038	20,020
499,998	0,000	20,000
499,992	250,024	20,005
499,982	400,038	20,013
499,974	500,048	20,020

Контроль

$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
0,000	0,000	0,000
0,001	0,000	-0,001
0,006	0,001	-0,005
0,025	0,002	-0,020
0,000	0,000	0,000
0,001	-0,002	-0,001
0,001	0,000	0,000
0,007	-0,012	-0,005
0,025	-0,023	-0,020
0,017	-0,030	-0,013
0,026	-0,038	-0,020
0,002	0,000	0,000
0,008	-0,024	-0,005
0,018	-0,038	-0,013
0,026	-0,048	-0,020

### Задание № 4

#### Преобразование геодезических координат в проекцию Гаусса-Крюгера и обратно

B	L	m0	m2	m4	m6	m8	q0	q2	q4
51,52133	36,00000	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52133	36,00144	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52133	36,00360	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52133	36,00720	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52223	36,00000	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52223	36,00144	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52358	36,00000	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52358	36,00360	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52358	36,00720	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52493	36,00576	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52493	36,00720	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52583	36,00000	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52583	36,00360	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52583	36,00576	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754
51,52583	36,00720	6333266,058	66992,63052	590,5342393	4,858474323	0,038544	6366985,352	33793,8767	74,7361754

q6	X	n <sup>2</sup>	t	a2	a4	a6	a8	b1	b3
0,154236343	5708831,61	0,002749628	1,258133558	1556792,837	172877,0347	-18795,7	-9782,2744	3977295,64	-148891,408
0,154236343	5708831,609	0,002749628	1,258133557	1556792,838	172877,0348	-18795,7	-9782,2744	3977295,64	-148891,407
0,154236343	5708831,604	0,002749628	1,258133555	1556792,838	172877,0355	-18795,7	-9782,27443	3977295,65	-148891,406
0,154236343	5708831,586	0,002749628	1,258133548	1556792,84	172877,0379	-18795,7	-9782,27454	3977295,66	-148891,403
0,154236343	5708931,609	0,002749519	1,258174077	1556781,522	172863,7841	-18797,8	-9781,68429	3977217,14	-148908,785
0,154236343	5708931,608	0,002749519	1,258174077	1556781,522	172863,7842	-18797,8	-9781,6843	3977217,15	-148908,785
0,154236343	5709081,607	0,002749356	1,258234859	1556764,546	172843,9085	-18800,8	-9780,79903	3977099,39	-148934,85
0,154236343	5709081,601	0,002749356	1,258234856	1556764,547	172843,9093	-18800,8	-9780,79907	3977099,4	-148934,849
0,154236343	5709081,582	0,002749356	1,258234849	1556764,549	172843,9117	-18800,8	-9780,79917	3977099,41	-148934,845
0,154236343	5709231,589	0,002749194	1,258295638	1556747,568	172824,0351	-18803,9	-9779,91373	3976981,65	-148960,909
0,154236343	5709231,58	0,002749194	1,258295634	1556747,569	172824,0363	-18803,9	-9779,91378	3976981,66	-148960,908
0,154236343	5709331,604	0,002749085	1,25833617	1556736,245	172810,7828	-18805,9	-9779,3233	3976903,14	-148978,286
0,154236343	5709331,597	0,002749085	1,258336167	1556736,245	172810,7837	-18805,9	-9779,32334	3976903,14	-148978,285
0,154236343	5709331,588	0,002749085	1,258336163	1556736,247	172810,7849	-18805,9	-9779,32339	3976903,15	-148978,283
0,154236343	5709331,579	0,002749085	1,25833616	1556736,248	172810,7861	-18805,9	-9779,32345	3976903,16	-148978,281

b5	b7	L0	l	x'	x0	x	y'	y0	y
-105326,8277	-11571,81443	33	3,000	5713100,945	0	5713101	208229,2984	6500000	6708229,3
-105326,8277	-11571,81445	33	3,001	5713105,046	0	5713105	208329,2662	6500000	6708329,27
-105326,8279	-11571,81455	33	3,004	5713111,199	0	5713111	208479,2181	6500000	6708479,22
-105326,8284	-11571,81492	33	3,007	5713121,452	0	5713121	208729,1381	6500000	6708729,14
-105323,9863	-11569,84146	33	3,000	5713200,913	0	5713201	208225,1858	6500000	6708225,19
-105323,9863	-11569,84148	33	3,001	5713205,014	0	5713205	208325,1536	6500000	6708325,15
-105319,7235	-11566,88216	33	3,000	5713350,864	0	5713351	208219,0166	6500000	6708219,02
-105319,7237	-11566,88229	33	3,004	5713361,118	0	5713361	208468,9362	6500000	6708468,94
-105319,7242	-11566,88265	33	3,007	5713371,372	0	5713371	208718,8561	6500000	6708718,86
-105315,4603	-11563,92336	33	3,006	5713517,222	0	5713517	208612,7189	6500000	6708612,72
-105315,4605	-11563,92353	33	3,007	5713521,323	0	5713521	208712,6869	6500000	6708712,69
-105312,617	-11561,9504	33	3,000	5713600,783	0	5713601	208208,7345	6500000	6708208,73
-105312,6171	-11561,95052	33	3,004	5713611,037	0	5713611	208458,6541	6500000	6708458,65
-105312,6174	-11561,95071	33	3,006	5713617,189	0	5713617	208608,606	6500000	6708608,61
-105312,6177	-11561,95088	33	3,007	5713621,291	0	5713621	208708,5739	6500000	6708708,57

x'	$\beta_0$	$\beta_2$	$\beta_4$	$\beta_6$	d2	d4	d6	Bx	$n^2_x$
5713100,945	0,897300783	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89988665	0,00274499
5713105,046	0,897301428	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89988729	0,00274499
5713111,199	0,897302394	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89988826	0,00274498
5713121,452	0,897304004	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89988986	0,00274497
5713200,913	0,897316484	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89990233	0,00274489
5713205,014	0,897317129	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89990297	0,00274488
5713350,864	0,897340036	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89992585	0,00274472
5713361,118	0,897341646	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89992746	0,00274471
5713371,372	0,897343257	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89992907	0,0027447
5713517,222	0,897366164	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89995195	0,00274454
5713521,323	0,897366808	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89995259	0,00274454
5713600,783	0,897379288	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89996506	0,00274445
5713611,037	0,897380899	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89996667	0,00274444
5713617,189	0,897381865	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89996763	0,00274443
5713621,291	0,897382509	-0,002653837	2,93452E-06	-4,0374E-09	0,002653835	4,11E-06	8,71004E-09	0,89996827	0,00274443

tx	Nx	A2	A4	A6	A8	B1	B3	B5	B7
1,259864901	6392087,01	-1,54596E-14	3,06644E-28	-8,11908E-42	2,67191E-55	2,52E-07	-4,2878E-21	1,3812E-34	-5,3555E-48
1,259866566	6392087,024	-1,54597E-14	3,06645E-28	-8,11912E-42	2,67193E-55	2,52E-07	-4,2878E-21	1,3812E-34	-5,3555E-48
1,259869063	6392087,045	-1,54597E-14	3,06646E-28	-8,11917E-42	2,67195E-55	2,52E-07	-4,2878E-21	1,3812E-34	-5,3556E-48
1,259873225	6392087,081	-1,54597E-14	3,06648E-28	-8,11926E-42	2,672E-55	2,52E-07	-4,2878E-21	1,3812E-34	-5,3557E-48
1,259905476	6392087,356	-1,54601E-14	3,06664E-28	-8,11995E-42	2,67233E-55	2,52E-07	-4,2881E-21	1,3814E-34	-5,3564E-48
1,259907141	6392087,37	-1,54601E-14	3,06664E-28	-8,11998E-42	2,67234E-55	2,52E-07	-4,2881E-21	1,3814E-34	-5,3564E-48
1,259966341	6392087,874	-1,54609E-14	3,06693E-28	-8,12125E-42	2,67294E-55	2,52E-07	-4,2885E-21	1,3816E-34	-5,3577E-48
1,259970503	6392087,91	-1,54609E-14	3,06695E-28	-8,12134E-42	2,67299E-55	2,52E-07	-4,2885E-21	1,3816E-34	-5,3578E-48
1,259974666	6392087,945	-1,5461E-14	3,06697E-28	-8,12143E-42	2,67303E-55	2,52E-07	-4,2886E-21	1,3816E-34	-5,3579E-48
1,26003387	6392088,45	-1,54617E-14	3,06725E-28	-8,1227E-42	2,67363E-55	2,52E-07	-4,289E-21	1,3819E-34	-5,3591E-48
1,260035535	6392088,464	-1,54617E-14	3,06726E-28	-8,12273E-42	2,67365E-55	2,52E-07	-4,289E-21	1,3819E-34	-5,3592E-48
1,260067791	6392088,739	-1,54621E-14	3,06741E-28	-8,12342E-42	2,67398E-55	2,52E-07	-4,2893E-21	1,382E-34	-5,3599E-48
1,260071954	6392088,774	-1,54622E-14	3,06743E-28	-8,12351E-42	2,67402E-55	2,52E-07	-4,2893E-21	1,382E-34	-5,36E-48
1,260074451	6392088,795	-1,54622E-14	3,06744E-28	-8,12356E-42	2,67404E-55	2,52E-07	-4,2893E-21	1,382E-34	-5,36E-48
1,260076116	6392088,809	-1,54622E-14	3,06745E-28	-8,1236E-42	2,67406E-55	2,52E-07	-4,2893E-21	1,382E-34	-5,36E-48

y'	B	l	L	$\Delta B$	$\Delta L$
208229,2984	51,52133333	3	36	0,0000	0,0000
208329,2662	51,52133332	3,001440552	36,00144055	0,0000	0,0000
208479,2181	51,52133328	3,003601381	36,00360138	0,0000	0,0000
208729,1381	51,52133311	3,007202762	36,00720276	0,0000	0,0000
208225,1858	51,52223214	2,999999838	35,99999984	0,0000	0,0000
208325,1536	51,52223213	3,001440418	36,00144042	0,0000	0,0000
208219,0166	51,52358036	2,999999594	35,99999959	0,0000	0,0000
208468,9362	51,52358031	3,003601152	36,00360115	0,0000	0,0000
208718,8561	51,52358014	3,00720271	36,00720271	0,0000	0,0000
208612,7189	51,52492844	3,005762013	36,00576201	0,0000	0,0000
208712,6869	51,52492836	3,007202678	36,00720268	0,0000	0,0000
208208,7345	51,52582739	2,999999189	35,99999919	0,0000	0,0000
208458,6541	51,52582733	3,003600923	36,00360092	0,0000	0,0000
208608,606	51,52582725	3,005761964	36,00576196	0,0000	0,0000
208708,5739	51,52582717	3,007202657	36,00720266	0,0000	0,0000

## Вычисление параметров трансформирования координат в проекции Гаусса-Крюгера в топоцентрические координаты (в задании обратное преобразование)

Приведенные координаты в проекции Гаусса-Крюгера

X	Y	Z
0	0	0,000000
4,101382927	99,96782299	20,000782
10,2534652	249,9196534	20,004889
20,50695669	499,8396263	20,019555
99,96756062	-4,112675149	20,000000
104,0689943	95,85513822	20,000782
249,9188936	-10,28178244	20,000000
260,1726759	239,6378107	20,004889
270,4264845	489,5577234	20,019556
416,2765856	383,4204411	20,012516
420,3781883	483,3884299	20,019557
499,8377602	-20,56388006	20,000000
510,0918596	229,3556524	20,004889
516,2443319	379,3075253	20,012517
520,3459853	479,2755044	20,019557

Топоцентрические координаты

X <sub>топ</sub>	Y <sub>топ</sub>	Z <sub>топ</sub>
0,000	0,000	0,000
0,000	100,000	20,000
0,000	250,000	20,000
0,000	500,000	20,000
100,000	0,000	20,000
100,000	100,000	20,000
250,000	0,000	20,000
250,000	250,000	20,000
250,000	500,000	20,000
400,000	400,000	20,000
400,000	500,000	20,000
500,000	0,000	20,000
500,000	250,000	20,000
500,000	400,000	20,000
500,000	500,000	20,000

Вычисление предварительных значений

Sck1	Sck2	m	A2	A1	A	dx <sub>0</sub> выч	dy <sub>0</sub> выч
31,61679126	31,6227766	1,000189309	0,785398163	0,744335226	0,041062937	-10,173	10,36224779
dx2	dy2	dx1	dy1				
500	500	520,3459853	479,2755044				

Матрица A	dx <sub>0</sub>	dy <sub>0</sub>	A	m	Матрица L
x1	1	0	0	0	-10,1729927
y1	0	1	0	0	10,36224779
x2	1	0	-100,0708619	-0,005893314	-10,1788871
y2	0	1	-0,005894429	-99,71518622	10,43310973
x3	1	0	-250,177251	-0,014729342	-10,1877248
y3	0	1	-0,014732131	-249,2880611	10,53949883
x4	1	0	-500,3548225	-0,02944554	-10,2024438
y4	0	1	-0,029451114	-498,5764403	10,71707028
x5	1	0	0,005401182	100,0521226	-10,1019293
y5	0	1	100,0710634	8,213016464	10,35684661
x6	1	0	-100,0654532	100,0462804	-10,1077726

y6	0	1	100,0652201	-91,50215805	10,42770102
x7	1	0	0,013597785	250,1303025	-9,99533826
y7	0	1	250,1776544	20,53263532	10,34865001
x8	1	0	-250,163606	250,1158925	-10,009751
y8	0	1	250,1632417	-228,7553525	10,52585384
x9	1	0	-500,3411303	250,1014956	-10,0241506
y9	0	1	250,1488421	-478,0436585	10,70337806
x10	1	0	-400,2617261	400,1857342	-9,91149976
y10	0	1	400,2614929	-366,0084955	10,62397394
x11	1	0	-500,3327629	400,1800536	-9,91718137
y11	0	1	400,2558113	-465,7238384	10,69501064
x12	1	0	0,027511663	500,260591	-9,81769789
y12	0	1	500,3552948	41,06558445	10,33473613
x13	1	0	-250,1496446	500,2465003	-9,83179125
y13	0	1	500,3412014	-208,2223298	10,51189237
x14	1	0	-400,2560921	500,2380522	-9,84024095
y14	0	1	500,3327517	-357,795231	10,61833992
x15	1	0	-500,3271212	500,2324228	-9,84587146
y15	0	1	500,3271212	-457,5105621	10,68936899

Уравненные поправки в параметры и параметры трансформирования

	дельта X	X <sup>УР.</sup>	Y <sup>УР.</sup>	A <sup>УР.</sup> (градусы)	m <sup>УР.</sup>
dx0	10,01139323	-0,161599427	-0,165076427	2,352509125	1,000178571
dy0	-10,52732422				
dA	-3,90726E-06				
dm	-1,07384E-05				

Оценка правильности преобразования не приведена.

## Литература

---

1 Межгосударственный стандарт ГОСТ 32453—2017. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек.

Бойко Е.Г. Высшая геодезия. Часть II. Сфероидическая геодезия: Учебник для вузов. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат. 2003. – 144 с.